UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA

La Universidad Católica de Loja

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, EDUCACIÓN Y HUMANIDADES

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN, MENCIÓN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Uso de los simuladores matemáticos y su influencia en el aprendizaje de los límites de una función real

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de:

Magíster en Educación mención Enseñanza de la Matemática

Autor: Riofrio Sarmiento, Edwin Santiago

Director: Viñamagua Medina, Gustavo Belizario

LOJA

2024

Aprobación del director del Trabajo de Titulación

Loja, 07 de noviembre de 2023

Doctor en Ciencias de la Educación
José Ramón Delgado Fernández
Director de la maestría en Educación, Mención Enseñanza de la Matemática
Ciudad. -

De mi consideración:

Me permito comunicar que, en calidad de director del presente Trabajo de Titulación nominado: Uso de los simuladores matemáticos y su incidencia en el aprendizaje de los límites de una función real, realizado por Edwin Santiago Nombres Riofrio Sarmiento ha sido orientado y revisado durante su ejecución, así mismo ha sido verificado a través de la herramienta de similitud académica institucional, y cuenta con un porcentaje de coincidencia aceptable. En virtud de ello, y por considerar que el mismo cumple con todos los parámetros establecidos por la Universidad, doy mi aprobación a fin de continuar con el proceso académico correspondiente.

Particular que comunico para los fines pertinentes.

Atentamente,

Director: Gustavo Belizario Viñamagua Medina, MSc.

C.I.: 1103179626

Correo electrónico: gbvinamagua@utpl.edu.ec

Declaración de autoría y cesión de derechos

Yo, Edwin Santiago Riofrio Sarmiento, declaro y acepto en forma expresa lo siguiente:

Ser autor (a) del Trabajo de Titulación denominado: Uso de los simuladores matemáticos y su incidencia en el aprendizaje de los límites de una función real, de la maestría en Educación, Mención Enseñanza de la Matemática, específicamente de los contenidos comprendidos en: Introducción, Capítulo 1. Planteamiento del problema, Capítulo 2. Marco teórico, Capítulo 3. Diseño metodológico, Capítulo 4, Análisis de resultados y Discusión, Conclusiones y Recomendaciones, siendo Gustavo Belizario Viñamagua Medina, director del presente trabajo; también declaro que la presente investigación no vulnera derechos de terceros ni utiliza fraudulentamente obras preexistentes. Además, ratifico que las ideas, criterios, opiniones, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de mi exclusiva responsabilidad. Eximo expresamente a la Universidad Técnica Particular de Loja y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones judiciales o administrativas, en relación a la propiedad intelectual de este trabajo.

Que la presente obra, producto de mis actividades académicas y de investigación, forma parte del patrimonio de la Universidad Técnica Particular de Loja, de conformidad con el artículo 20, literal j), de la Ley Orgánica de Educación Superior; y, artículo 91 del Estatuto Orgánico de la UTPL, que establece: "Forman parte del patrimonio de la Universidad la propiedad intelectual de investigaciones, trabajos científicos o técnicos y tesis de grado que se realicen a través, o con el apoyo financiero, académico o institucional (operativo) de la Universidad", en tal virtud, cedo a favor de la Universidad Técnica Particular de Loja la titularidad de los derechos patrimoniales que me corresponden en calidad de autor/a, de forma incondicional, completa, exclusiva y por todo el tiempo de su vigencia.

La Universidad Técnica Particular de Loja queda facultada para ingresar el presente trabajo al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública, en cumplimiento del artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

....

Autor: Edwin Santiago Riofrio Sarmiento

C.I.: 0105014856

Correo electrónico: esriofrio1@utpl.edu.ec

Dedicatoria

Querido Dios, mi amado Padre celestial, quiero dedicar esta tesis a ti, porque sin tu gracia y guía, no hubiera sido posible llegar a este punto. Tú has sido la fuerza y la luz que me ha inspirado en cada paso del camino, brindándome sabiduría y fortaleza.

A ti, mi esposa Nathaly, quien ha sido mi apoyo incondicional en cada momento de esta ardua etapa, quiero dedicarte este logro. Tus palabras de aliento y amor han sido mi motor para nunca rendirme, y el amor que nos une ha sido mi mayor inspiración para seguir adelante.

A ti, mi dulce hija Melissa, quiero dedicarte esta tesis. Tu sonrisa y tu alegría han sido mi motivación diaria para esforzarme y alcanzar mis metas. Quiero que este logro sea un ejemplo para ti, y que veas en él que con dedicación y perseverancia se pueden cumplir los sueños.

Gracias, Dios, por bendecirme con una familia maravillosa que me ha acompañado en este viaje. Sin su amor y apoyo, no estaría aquí hoy celebrando este logro. Que mi tesis sea un testimonio de gratitud y amor hacia ustedes, mi mayor inspiración y motor en la vida.

Con todo mi amor y agradecimiento,

Edwin Santiago

Agradecimiento

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a mi tutor, al Magister Gustavo Viñamagua quien ha sido un guía excepcional en este arduo proceso. Su dedicación, conocimiento y paciencia han sido fundamentales para el desarrollo de esta investigación, y estoy sumamente agradecido por su apoyo inquebrantable y sus valiosas sugerencias que me han ayudado a mejorar mi trabajo.

También agradezco a la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física de la Universidad De Cuenca, por abrir las puertas y brindarme la oportunidad de llevar a cabo mi investigación de tesis en el campo de la pedagogía de las matemáticas.

Índice de contenido

Índice de tablas

Índice de figuras

Resumen

El objetivo del presente estudio es determinar cómo la utilización de simuladores matemáticos (Wólfram Alpha, GeoGebra, Derive y Symbolab) incide en el proceso de aprendizaje de los límites de una función real en estudiantes de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física en la Universidad de Cuenca. En este sentido, el tipo de investigación es no experimental, además con enfoque de investigación mixto. Tomando como muestra relacionada de 30 estudiantes de intervención. El estudio se trabaja con un pre test y el post test que son los mismos, pero realizados en momentos diferentes, el resultado que se analiza es la diferencia que existe en las dos evaluaciones. El análisis de los datos se basó en la prueba no paramétrica de McNemar que se utiliza para comparar la proporción de sujetos que cambian entre dos momentos de medición para evaluar el impacto significativo del uso del simulador en el aprendizaje de los límites, con un nivel de significancia bilateral de 0,006. Concluyendo así que el manejo de los simuladores incide positivamente en el rendimiento académico

Palabras clave: simuladores matemáticos, límites, aprendizaje.

Abstract

The objective of this study is to determine how the use of mathematical simulators (Wolfram Alpha, GeoGebra, Derive and Symbolab) influences the learning process of the limits of a real function of a real variable in students of the Pedagogy of Experimental Mathematics and Physics degree at the University of Cuenca. In this sense, the type of research is non-experimental, and with a mixed research approach. Taking as a related sample of 30 intervention students. The study works with a pre-test and a post-test that are the same, but carried out at different times, the result that is analyzed is the difference that exists in the two evaluations. The data analysis was based on the non-parametric McNemar test that is used to compare the proportion of subjects that change between two measurement moments to evaluate the significant impact of the use of the simulator on the learning of the limits, with a bilateral significance level of 0.006. Thus, concluding that the use of simulators has a positive impact on academic performance.

Keywords: mathematical simulators, limits, learning.

Introducción

En la actualidad, el Instituto Nacional de Evaluación Educativa [INEVAL] (2023), ha demostrado que el rendimiento académico de los estudiantes de secundaria en matemáticas está con 696 puntos, por debajo de los estándares exigidos por el Ministerio de Educación del Ecuador y de las universidades. En respuesta a este problema que afecta a la educación secundaria y superior, se han realizado esfuerzos para mejorar la formación docente de forma continua.

El objetivo de esta investigación académica es: Determinar cómo la utilización de simuladores matemáticos influye en el proceso de aprendizaje de los límites de una función real en estudiantes de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física en la Universidad de Cuenca, por lo tanto, contribuir en el aprendizaje tanto positiva como negativamente.

La importancia de este estudio radica en el uso de los simuladores matemáticos para impulsar los logros académicos de los estudiantes, centrándose específicamente en los estudiantes de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca. Se han realizado numerosos estudios de investigación sobre este tema a nivel nacional e internacional, y muchos de ellos han arrojado resultados alentadores para abordar el problema identificado.

La integración del software en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas avanzadas exige nuevas funciones tanto para los profesores como para los alumnos. Algunos simuladores matemáticos han demostrado ser beneficiosos para facilitar un aprendizaje significativo. Por lo tanto, el proyecto de investigación actual, titulado “Uso de los simuladores matemáticos y su incidencia en el aprendizaje de los límites de una función real”, llevado a cabo con estudiantes de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca, tiene como alcance demostrar la eficacia de estas herramientas para mejorar los resultados del aprendizaje en temas de cálculo diferencial.

Los resultados de la investigación ilustran cómo los estudiantes utilizan los programas de matemáticas para mejorar sus capacidades de aprendizaje y fomentar la autonomía y la autorregulación en la utilización efectiva de los recursos tecnológicos. El empleo de simuladores matemáticos agiliza la comprensión del cálculo diferencial dentro de un marco educativo.

Es importante destacar que la utilización de simuladores matemáticos se produce después de que los estudiantes resuelvan problemas y ejercicios relacionados con los límites a través de medios analíticos convencionales. Este procedimiento se basa en los conocimientos adquiridos en las clases de cálculo diferencial y en las directrices impartidas por el instructor, y culmina con una evaluación tecnológica del elemento con el tema de límites.

Esta investigación se dirige principalmente a estudiantes, educadores, investigadores e instituciones con el objetivo de mejorar la enseñanza del cálculo diferencial. El estudio se estructura en una introducción y tres capítulos posteriores que se detallan a continuación:

El primer capítulo denominado planteamiento del problema donde se detalla el problema, justificación y objetivos. El segundo capítulo llamado marco teórico, hace un recuento de antecedentes de investigaciones que se realizaron a nivel internacional, nacional y local referido al tema planteado, así como, se sustentan las bases teóricas y evidencias empíricas. El tercer capítulo aborda la metodología de la investigación. Se explica el enfoque, diseño, población, muestra, técnicas e instrumentos a utilizar para la recolección de datos. Luego se planteó las variables de estudio, métodos y la hipótesis. En el cuarto capítulo y último se presentan los resultados obtenidos utilizando el software estadístico SPSS, conclusiones y recomendaciones. Finalmente, se citan las referencias bibliográficas y los apéndices correspondientes.

Capítulo uno

Planteamiento del problema

El cálculo diferencial constituye una división esencial de las matemáticas que examina la alteración o fluctuación de una función genuina que abarca una variable genuina. Este campo de estudio desempeña un papel decisivo en numerosos campos de la ciencia y la ingeniería, ya que proporciona instrumentos para comprender y modelar fenómenos y procesos dinámicos de modificación ininterrumpida.

Sin embargo, la adquisición del tema de los límites puede resultar exigente y abstracta para numerosos estudiantes (Cuesta-Borges et al., 2021). Afortunadamente, en la época digital contemporánea en la que nos encontramos actualmente, existen instrumentos como los simuladores matemáticos que tienen la capacidad de revolucionar la manera en que se imparte y se adquiere esta materia.

Los simuladores matemáticos se manifiestan como programas o aplicaciones interactivos que permiten visualizar y experimentar virtualmente nociones y procesos matemáticos; en el contexto del cálculo diferencial, estos simuladores facilitan la comprensión de conceptos fundamentales, como límites, derivadas e integrales, a través de representaciones gráficas e instancias prácticas.

Estos simuladores ofrecen a los estudiantes la posibilidad de explorar y manipular funciones en tiempo real, modificando parámetros como la pendiente, la posición inicial o el intervalo de estudio; esto les permite comprender intuitivamente cómo estos factores afectan a la gráfica de la función y cómo se interrelacionan con los conceptos teóricos. Los simuladores matemáticos son la personificación de un instrumento inestimable en el proceso de adquisición del cálculo diferencial.

Brindan a los estudiantes la oportunidad de abordar los conceptos y procedimientos fundamentales de esta disciplina de una manera pragmática y visual, lo que acelera su comprensión y adquisición de las competencias matemáticas indispensables. En un mundo cada vez más digitalizado, la utilización de simuladores matemáticos surge como una estrategia eficaz para promover el aprendizaje y motivar a los estudiantes a dedicarse al estudio de las matemáticas.

1.1 Justificación

Los simuladores matemáticos son herramientas didácticas que permiten a los estudiantes experimentar y visualizar conceptos matemáticos de una manera interactiva y dinámica. En el caso del aprendizaje de los límites de una función real, la utilización de simuladores matemáticos se vuelve fundamental para facilitar la comprensión de conceptos abstractos y complejos.

En una investigación reciente se abordó el uso de simuladores matemáticos en el aprendizaje del cálculo diferencial, demostrando su eficacia en la mejora del rendimiento académico de los estudiantes. La importancia de esta investigación radica en la necesidad de implementar nuevas estrategias didácticas que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas, consideradas por muchos como una asignatura difícil y poco accesible.

Los simuladores matemáticos son fundamentales en el ámbito de la educación y la investigación matemáticas, ya que proporcionan a los estudiantes una plataforma interactiva para profundizar en los conceptos matemáticos (Fullana y Urquía, 2009). Este enfoque interactivo no solo ayuda a comprender temas complejos, sino que también fomenta una experiencia de aprendizaje más atractiva y profunda. Además, la utilización de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas mediante simuladores desempeña un papel importante en la fusión de los principios matemáticos y físicos, lo que mejora la comprensión y establece conexiones fluidas entre los diversos dominios matemáticos.

En el ámbito de la investigación, los simuladores matemáticos son instrumentos potentes para modelar con precisión y eficacia los fenómenos matemáticos y físicos. Estas simulaciones computarizadas facilitan el examen en profundidad de sistemas complejos, ofreciendo una perspectiva integral y dinámica que supera las técnicas tradicionales de análisis matemático. Además, la importancia de los simuladores matemáticos radica en su capacidad para desarrollar modelos dinámicos que replican los procesos empresariales, lo que permite una evaluación cuantitativa del comportamiento del sistema mediante el análisis de los datos derivados del modelo.

El tema y objeto de estudio, en este caso el cálculo diferencial, son fundamentales en la formación académica de los estudiantes de ciencias, ingeniería y matemáticas. Por lo tanto, resulta pertinente investigar y desarrollar herramientas que faciliten su comprensión y aplicación en contextos reales.

Los resultados obtenidos de la investigación confirman la utilidad de los simuladores matemáticos en el aprendizaje de los límites, ya que permiten a los estudiantes experimentar con diferentes funciones, gráficas y conceptos matemáticos de una manera interactiva y práctica. Además, los simuladores pueden adaptarse a las necesidades y ritmos de aprendizaje de cada estudiante, fomentando la autonomía y el desarrollo de habilidades matemáticas.

En conclusión, los simuladores matemáticos son una herramienta didáctica eficaz para el aprendizaje del cálculo diferencial, que favorece la comprensión, aplicación y consolidación de los conceptos matemáticos de manera significativa y motivadora. Su uso en el ámbito educativo resulta crucial para promover un aprendizaje activo, participativo y significativo en los estudiantes.

1.2 El problema

La utilización de simuladores matemáticos demuestra ser un enfoque viable para mejorar la comprensión de nociones abstractas, como el límite de una función real que implica una variable real. En Ecuador, una serie de investigaciones han identificado los desafíos a la hora de comprender este concepto en particular entre los estudiantes de secundaria y universidades. Un ejemplo de ello es un estudio realizado en la Universidad Nacional de Chimborazo, de Erazo Escudero (2023) en el que se observó que los estudiantes tenían dificultades para interpretar visualmente el concepto de límite y para calcular los límites mediante diversas metodologías. Además, los resultados de otro estudio realizado en la Universidad de Guayaquil de Fernández Casuso (2000) indicaron que los estudiantes se enfrentaban a obstáculos conceptuales para comprender la correlación entre el límite y la continuidad de una función.

Por otro lado, la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física de la Universidad de Cuenca, se caracteriza por su enfoque formativo y especializado en áreas fundamentales para el desarrollo académico de estudiantes de enseñanza como las matemáticas y la física. No obstante, la limitada utilización de recursos digitales en los procesos de aprendizaje se ha establecido como un obstáculo al momento de proporcionar a los estudiantes herramientas y experiencias pedagógicas innovadoras y adaptables a los requerimientos de la educación actual (Fernández, 2020).

En primer lugar, es importante destacar que el aprendizaje de los límites de una función real es fundamental en la formación de los futuros docentes de física y matemática. Según Fonseca Castro y Alfaro Carvajal (2018), los estudiantes carecen de habilidades matemáticas tales como la observación de algoritmos, la formulación de conjeturas, la generalización, la abstracción y la visualización; este tema es fundamental para comprender conceptos más avanzados en estas disciplinas y también es esencial para desarrollar habilidades de razonamiento lógico y análisis crítico

En segundo Lugar, la integración efectiva de recursos digitales es un aspecto que no siempre resulta frecuente dentro de áreas como la matemática o la física como consecuencia del desconocimiento que aún existe en gran parte de la población docente (Angulo, 2021). Los docentes de esta área suelen centrarse más en el desarrollo de habilidades lógicas y críticas, dejando de lado el desarrollo de competencias que les permitan utilizar de manera efectiva y adaptable recursos tecnológicos eficientes.

Sin embargo, la falta de acceso y uso de simuladores matemáticos por parte de los estudiantes dificulta su comprensión y aplicación de los conceptos aprendidos en el aula. Muchos de ellos no tienen acceso a computadoras o aplicaciones que les permitan practicar de manera interactiva los conceptos de cálculo diferencial, lo que limita su aprendizaje y su capacidad para enseñar esta materia de manera efectiva en el futuro.

Este problema se ha vuelto frecuente en La Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física de la Universidad de Cuenca, donde muchos de los estudiantes no logran utilizar de manera eficiente recursos tecnológicos al momento de participar en procesos de aprendizaje, lo cual se establece como una falencia que con el tiempo se verá replicada en su labor profesional afectando su desempeño; esta problemática refleja también en una investigación realizado por Jadán y Mayllazhungo (2022), en la carrera ya mencionada.

Además, la falta de formación y capacitación por parte de los docentes en el uso de simuladores matemáticos también contribuye a esta problemática. Es necesario que los profesores estén familiarizados con estas herramientas y sepan cómo integrarlas de manera efectiva en sus clases, para poder guiar a los estudiantes en su proceso de aprendizaje y fomentar su interacción con los simuladores (Moreno et al., 2023).

La falta de implementación y uso de simuladores matemáticos en el aprendizaje de los límites de una función real por parte de los estudiantes es una problemática que limita el desarrollo de habilidades y conocimientos fundamentales en estas áreas. Es necesario promover y facilitar el acceso a estos recursos, así como proporcionar formación y apoyo institucional para su adecuada integración en el currículo educativo.

Finalmente, este estudio aportará significativamente respecto a la implementación de simuladores matemáticos que resulten efectivos al momento de desarrollar procesos de aprendizaje en el cálculo diferencial en tema de los límites, de tal manera que los estudiantes cuenten con pautas claras que les permitan utilizarlos de manera conveniente tanto dentro de su contexto educativo como en su posterior entorno profesional. De esta forma, este trabajo beneficiará a los estudiantes de Carrera de las Ciencias experimentales: Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca quienes adquirirán conocimientos innovadores y tecnológicos que puedan ser utilizados en espacios de aprendizaje.

1.3 Preguntas de investigación

El desarrollo de esta investigación es necesario puesto que las demandas educativas actuales no solo requieren de un mayor uso de la tecnología, sino también de generar espacios de interacción donde los estudiantes puedan desarrollar otras habilidades que puedan ser aplicadas tanto en su entorno profesional como en su vida cotidiana. Por tanto, resulta relevante brindar experiencias que faciliten la utilización de recursos digitales como medio para fomentar un aprendizaje más interactiva e integral. Por ello, se plantea la siguiente pregunta de investigación.

¿Cómo influyen los simuladores matemáticos en el proceso de aprendizaje de los límites de una función real en los estudiantes de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física en la Universidad de Cuenca?

Por consiguiente, se plantea las siguientes preguntas que desglosan la pregunta de investigación para planta en componentes manejables y detallados, orientando las etapas concretas del estudio:

¿Qué tipo de simuladores matemáticos serían útiles en procesos de aprendizaje en el tema de límites?

¿Cómo se podrían integrar los simuladores matemáticos en procesos de aprendizaje en el tema de los límites?

¿Cómo es el impacto del uso de simuladores matemáticos en el rendimiento académico de los estudiantes en cálculo diferencial en el tema de límites?

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Determinar cómo la utilización de simuladores matemáticos influye en el proceso de aprendizaje de los límites de una función real en estudiantes de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física en la Universidad de Cuenca.

1.4.2 Objetivos específicos

Diagnosticar el nivel de conocimiento y habilidades de los estudiantes en el cálculo diferencial en el tema de los límites de una función real.

Aplicar los simuladores matemáticos como herramienta didáctica para el aprendizaje del cálculo diferencial en el tema de los límites de función real.

Analizar la influencia entre el uso de los simuladores matemáticos y el mejoramiento del conocimiento y habilidades de los estudiantes en el cálculo diferencial en el tema de los límites de función real.

Capítulo dos

Marco teórico

El presente capítulo tiene por objeto desarrollar la fundamentación teórica de los factores que influyen en el aprendizaje directo los límites de una función real, mediante los simuladores matemáticos, para ello, se expondrá los antecedentes con respecto al tema de estudio.

Posteriormente, se realiza una búsqueda bibliográfica con las contribuciones de varios autores en el utilizo de los simuladores matemáticos como estrategia didáctica, para mejorar el aprendizaje del cálculo diferencial, en el tema de los límites de una función real, que permitirán identificar las variables dependientes e independientes que se emplearán para concluir con el desarrollo de la presente investigación.

Además, se propone a desarrollar la fundamentación teórica necesaria para comprender y optimizar los factores que influyen en el aprendizaje del cálculo diferencial a través de los simuladores matemáticos; a través de una revisión exhaustiva de la literatura especializada y el análisis de casos de estudio, esperamos identificar las mejores prácticas y estrategias para utilizar los simuladores como herramientas efectivas para el aprendizaje de esta disciplina matemática.

Finalmente, se describe las variables de investigación para afianzar el cumplimiento de los objetivos propuestos, este estudio pretende contribuir al campo de la educación matemática al proporcionar una base teórica sólida sobre los factores que influyen en el aprendizaje del cálculo diferencial, en el tema de los límites mediante los simuladores matemáticos.

2.1 Antecedentes del estudio

El aprendizaje del cálculo diferencial, en el tema de los límites ha sido un desafío constante para estudiantes y profesores debido a la abstracción y complejidad conceptual que implica; igualmente, muchos estudiantes encuentran dificultades para conectar las fórmulas y los conceptos matemáticos con aplicaciones y situaciones prácticas en la vida real.

Los simuladores matemáticos se presentan como una herramienta educativa prometedora para facilitar el aprendizaje del cálculo diferencial, en el tema de los límites. Estos simuladores permiten a los estudiantes experimentar con conceptos matemáticos complejos de manera interactiva y visualmente atractiva. Proporcionan un entorno de aprendizaje inmersivo que permite a los estudiantes manipular variables, observar resultados y analizar patrones matemáticos en tiempo real.

En este sentido, maximizar el impacto de los simuladores matemáticos en el aprendizaje del cálculo diferencial, es importante contar con una fundamentación teórica sólida en diferentes contextos sobre los factores que influyen en este proceso, estos antecedentes teóricos deben abordar aspectos como la atención y el compromiso del estudiante, la motivación intrínseca y extrínseca, la retroalimentación efectiva, el diseño de actividades y desafíos relevantes, entre otros.

2.1.1 Antecedentes internacionales

En este apartado de la presente investigación se describe como los simuladores matemáticos, que se han utilizado como una estrategia didáctica para el aprendizaje de la matemática en todos los niveles:

Según Hillmayr et al. (2020) en su artículo titulado, “El potencial de las herramientas digitales para mejorar el aprendizaje de matemáticas y ciencias en las escuelas secundarias: un metaanálisis específico del contexto” detallan que la importancia del uso de herramientas digitales tuvo un efecto positivo en los resultados de aprendizaje de los estudiantes de secundaria en matemáticas. Esto muestra el potencial del aprendizaje con herramientas digitales, especialmente porque los estudiantes a menudo tienen dificultades para comprender materias matemáticas.

En el artículo destacan varios aspectos importantes del uso de simuladores matemáticos en el aprendizaje de matemáticas y ciencias en las escuelas secundarias como: mejorar la comprensión conceptual, el uso de simuladores matemáticos permite a los estudiantes explorar y experimentar con conceptos matemáticos complejos de una manera interactiva. Esto facilita la comprensión conceptual y ayuda a los estudiantes a visualizar y manipular ideas abstractas.

También facilita el aprendizaje autónomo: Los simuladores matemáticos ofrecen a los estudiantes la oportunidad de explorar y aprender a su propio ritmo, lo que les permite desarrollar habilidades de aprendizaje autónomo. Los estudiantes pueden experimentar con diferentes escenarios y recibir retroalimentación instantánea, lo que les ayuda a identificar y corregir errores por sí mismos

Otro aspecto que menciona Arenas Bedoya y Giraldo (2019a), en su trabajo titulado “Los simuladores: estrategia didáctica en la inclusión de los conceptos matemáticos en la Física”, en cuanto al uso de plataformas interactivas, éstas propician algunas condiciones que mejoran la apropiación de conceptos tanto matemáticos como físicos. En el mismo sentido, la tecnología sirve como ayuda pedagógica en diversas modalidades de la enseñanza, presencial, a distancia y de autoaprendizaje.

Los simuladores matemáticos ofrecen una experiencia de aprendizaje más atractiva e interesante para los estudiantes, lo que puede aumentar su motivación y compromiso con el tema. La interactividad y la posibilidad de experimentar con situaciones reales estimulan el interés de los estudiantes y los animan a participar activamente en el aprendizaje. Un simulador hace que se pueda experimentar situaciones hipotéticas como si se tuviese un laboratorio y un guía que te orienta los pasos a seguir (Arenas Bedoya y Giraldo, 2019b).

En general, el uso de simuladores matemáticos en el contexto escolar tiene el potencial de mejorar el aprendizaje de matemáticas y en otras ciencias, brindando a los estudiantes herramientas interactivas para explorar conceptos, desarrollar habilidades y promover el pensamiento crítico, pueden usarse individual o colectivamente favoreciendo la discusión del tema en estudio.

2.1.2 Antecedentes nacionales

Basado en los resultados de búsqueda proporcionados, se pueden destacar los siguientes antecedentes nacionales sobre el uso de simuladores matemáticos para el aprendizaje de los límites de funciones reales en Ecuador:

Erazo Escudero (2023) en su trabajo “Implementación de simulaciones para el aprendizaje de fundamentos matemáticos de las funciones reales con una variable real” comenta que:

Con el desarrollo de las simulaciones en las cuales se muestran los fundamentos matemáticos característicos de diversas funciones reales, fue posible evidenciar como la utilización del software libre permite manipular imágenes, símbolos y características de funciones.

> A partir del estadístico t-student, se pudo comprobar que el rendimiento académico de los estudiantes que recibieron clases con las simulaciones elaboradas de funciones reales es mayor a los estudiantes quienes recibieron el mismo tema de una manera tradicional, por lo cual, se puede manifestar que las simulaciones desarrolladas para el aprendizaje fueron una herramienta didáctica la cual permitió un mejor aprendizaje por parte de los estudiantes (p. 62).

Por otro lado, Trávez Osorio (2022), en su trabajo titulado “Herramientas de simulación para la enseñanza aprendizaje de Matemática” destaca en sus resultados:

> La implementación de las herramientas de simulación para mejorar la enseñanza aprendizaje de la matemática en los estudiantes, se efectuó en el contexto de la plataforma Canvas la misma que permitió incorporar los simuladores ya señalados: GeoGebra, Descartes, Symbolab y Phet; además se incluyeron recursos y herramientas como videos y actividades que permitan que los estudiantes se acerquen a los contenidos de la ecuación de la recta mediante el espacio virtual (p. 55).

Por lo expuesto se propone la siguiente idea de fortalecer el uso de las herramientas de simulación que han desarrollado grandes avances tecnológicos dentro del sistema educativo especialmente en el área de matemática, las cuales se han convertido para los docentes en recursos pedagógicos y tecnológicos significativos que ayudan al aprendizaje de dicha área en los estudiantes, mediante su uso continuo de manera síncrona y asíncrona.

2.1.3 Antecedentes Locales

Los simuladores matemáticos han demostrado ser una herramienta eficaz para la comprensión de los límites de funciones reales. A continuación, se presentan algunos antecedentes locales en Cuenca y Loja destacados en este ámbito.

Para Paucar Narváez (2022), en su investigación con el tema “Simuladores matemáticos como una estrategia didáctica para el estudio del cálculo integral de los estudiantes de Ingeniería Industrial de la Universidad Técnica Particular de Loja”, sostiene que:

> Se demostró que existe una diferencia significativa en los promedios del rendimiento académico de los estudiantes antes y después de la aplicación de los simuladores matemáticos, lo que nos permitió concluir que la aplicación de los simuladores matemáticos tiene una influencia significativa en el aprendizaje del cálculo integral de los estudiantes en el grupo experimental (p. 18).

Por otro lado, Sangucho Bunshi (2022), en su discusión nos indica, la utilización de la calculadora gráfica Desmos en el ámbito de la educación matemática proporciona un entorno favorable para el aprendizaje de los estudiantes, lo que hace que el proceso de aprendizaje sea más significativo, inspirador y flexible para satisfacer las necesidades únicas de cada alumno. En consecuencia, resulta imperativo maximizar el potencial de este instrumento digital, en particular para permitir a los estudiantes participar en el aprendizaje colaborativo con sus compañeros, fomentando así la adquisición de conocimientos y la adquisición de competencias matemáticas y digitales fundamentales que son indispensables en la sociedad de la información actual.

Finalmente, es evidente que la utilización de los simuladores matemáticos como enfoque educativo resultó en una mayor competencia entre los estudiantes para resolver problemas de funciones lineales. Esto llevó a la conclusión de que la herramienta era muy apreciada por los participantes, con un nivel significativo de satisfacción. Haciendo hincapié en la utilidad de esta herramienta, permitió explorar los aspectos algebraicos y gráficos en el contexto de las ecuaciones de nivel inicial, maximizando así los recursos educativos.

2.2 El aprendizaje

El aprendizaje es un proceso intrínseco en el avance de los seres humanos, que nos brinda la oportunidad de obtener información, habilidades y disposiciones novedosas a lo largo de nuestra existencia. La teoría constructivista postula que el aprendizaje se produce a través de la interacción recíproca entre un individuo y su entorno, y sirve como un proceso activo en el que el sujeto formula su propio conocimiento (Piaget, 1975, como se cita en Bermejo-Berros, 2021).

Desde esta perspectiva, el aprendizaje puede considerarse como un proceso que implica la construcción de significaciones, en el que el individuo establece correlaciones y marcos cognitivos entre el conocimiento recién descubierto y el conocimiento preexistente, lo que le permite comprender y emplear de manera efectiva el conocimiento adquirido (Ausubel, 1968, como se cita en Huaman et al., 2021).

En este sentido, el aprendizaje se puede considerar como un proceso de construcción de significados, como plantea Baque Reyes (2021), la estrategia del aprendizaje significativo está emergiendo actualmente como un enfoque pedagógico para abordar los desafíos de la innovación educativa. En este contexto, los educadores han optado por emplear herramientas didácticas, como las estrategias de enseñanza, con el objetivo de facilitar la adquisición de conocimientos por parte de los estudiantes.

Además, el proceso de adquisición de conocimientos se extiende más allá de los límites de la información académica y abarca el cultivo de habilidades socioemocionales y principios morales. Según Álvarez (2020), el aprendizaje socioemocional desempeña un papel crucial en el establecimiento de miembros de la sociedad dedicados y responsables que posean la capacidad de entablar interacciones positivas con los demás y enfrentar los obstáculos de manera constructiva.

En resumen, el aprendizaje de conocimiento es un esfuerzo intrincado y multifacético que abarca el desarrollo de habilidades, aptitudes y disposiciones cognitivas, además de las dimensiones afectiva, volitiva y comunitaria; es una tarea interactiva que implica el compromiso del individuo con su entorno y el cultivo de su comprensión personal. Para que el proceso de aprendizaje posea significado y resistencia, es necesario reforzarlo a través de un entorno estimulante y cooperativo.

2.2.1 Aprendizaje de Límites de una función real

Para Larson y Edwards (2014) introduce el concepto de límite de una función de manera gradual y sistemática. Comienza con una explicación intuitiva, utilizando ejemplos gráficos y numéricos para ilustrar cómo una función se comporta cerca de un punto específico, sin necesariamente alcanzar ese punto. Esta aproximación inicial ayuda a los estudiantes a desarrollar una comprensión intuitiva del concepto de límite antes de formalizarlo con definiciones más rigurosas.

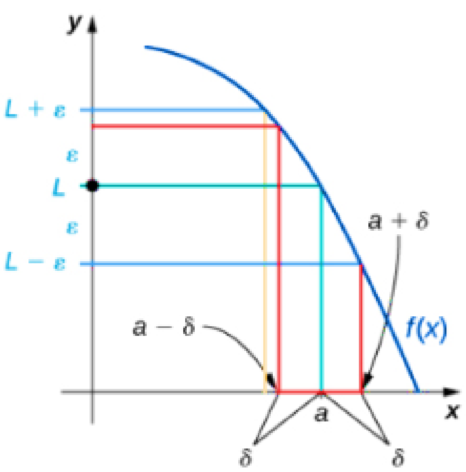
Definición Formal del Límite

Después de la introducción intuitiva, Larson y Edwards (2014) presentan la definición formal del límite utilizando la notación epsilon-delta. Este enfoque preciso y matemáticamente riguroso proporciona a los estudiantes una base sólida para entender la exactitud requerida en el análisis matemático. La definición se presenta de la siguiente manera:

Para una función $f(x)$, el límite de $f(x)$ cuando x, tiende a a es L, denotado como $\lim_{x \to a} f(x) = L$, si para cada $\epsilon > 0$, existe un $\partial > 0$ tal que cuando $0 < |x - a| < \partial$, se cumple que $|f(x) - L| < \epsilon$.

Figura 1

Representación Gráfica definición Epsilon-Delta de límite



Nota: Tomado de Larson y Edwards (2014). Cálculo tomo I décima Edición

Teoremas y Propiedades de los Límites

En su enfoque Larson y Edwards (2014), también cubre los teoremas y propiedades fundamentales de los límites, tales como:

Límites de Funciones Polinómicas y Racionales: Larson explica cómo calcular los límites de funciones polinómicas y racionales utilizando factorización y simplificación.

Límites Trigonométricos y Exponenciales: Se abordan las técnicas específicas para calcular los límites de funciones trigonométricas y exponenciales.

Teorema de Squeeze (Teorema del Sandwich): Este teorema es útil para encontrar límites difíciles comparando la función dada con dos funciones que tienen el mismo límite.

Propiedades Algebraicas de los Límites: Larson incluye propiedades como la suma, producto y cociente de límites, que son esenciales para simplificar y resolver problemas más complejos.

Aplicaciones de los Límites

Además de la teoría Larson y Edwards (2014), destaca las aplicaciones prácticas de los límites en el cálculo y otras áreas de las matemáticas. Estas aplicaciones incluyen la derivación de la pendiente de una tangente a una curva, la determinación de la continuidad de funciones y la evaluación de límites en situaciones físicas y de ingeniería.

El aprendizaje de límites requiere una combinación de estrategias didácticas, dominio de conocimientos previos, y el uso adecuado de herramientas tecnológicas para lograr una comprensión integral de este concepto fundamental (Velásquez et al., 2020). Por ende, es crucial que los estudiantes dominen conceptos previos como factorización de polinomios, gráfica de funciones, productos notables, etc. para un aprendizaje efectivo de límites.

Finalmente, El aprendizaje de los límites de una función real es esencial para el estudio del cálculo y otras áreas avanzadas de las matemáticas. Una comprensión sólida de este concepto permite a los estudiantes abordar problemas más complejos y aplicar técnicas analíticas en diversas disciplinas científicas y de ingeniería.

2.2.2 Teorías del aprendizaje: Cognitivista y Conectivista

La teoría cognitivista de Piaget sostiene que el aprendizaje de las matemáticas se basa en la construcción de esquemas mentales a través de la asimilación y la acomodación de la información (Santillán de la Vega, 2021). Según esta teoría, se postula que el enfoque óptimo del aprendizaje matemático requiere una participación activa por parte de los estudiantes, en la que construyan y desarrollen activamente sus propios conocimientos matemáticos, en lugar de adquirir información de forma pasiva a través de medios didácticos.

Por otro lado, la teoría conectivista de Siemens y Downes sugiere que el aprendizaje de las matemáticas se produce a través de la conexión de ideas y conceptos en una red de aprendizaje (De Plandolit Corro, 2019). Según esta teoría, se postula que los estudiantes, en su trayectoria educativa, deben poseer la capacidad y la capacidad de discernir, reconocer y determinar de manera adecuada la interrelación e interdependencia que existe entre varios conceptos matemáticos a fin de construir, reunir y sintetizar de manera efectiva y eficiente su propia reserva de conocimiento y comprensión en este dominio temático.

2.2.3 Estrategias de aprendizaje

Para Camizán García et al. (2021), las estrategias de aprendizaje son procesos cognitivos que los estudiantes emplean para adquirir conocimientos y abarcan una miríada de metodologías, operaciones o compromisos distintos. Estas estrategias son iniciativas iniciadas por el alumno y tienen como objetivo lograr un objetivo particular: la adquisición de conocimientos y la resolución de las dificultades académicas, así como otras facetas relacionadas con el aprendizaje; las estrategias de aprendizaje van más allá de los meros hábitos de estudio, ya que poseen una naturaleza maleable y pueden adaptarse para satisfacer las necesidades únicas de cada estudiante.

Existe una miríada de estrategias de aprendizaje que se pueden emplear para mejorar la adquisición de conocimientos. Una de esas estrategias es el empleo de estrategias cognitivas, que se centran en la organización meticulosa y el procesamiento astuto de la información (Camizán García et al., 2021). Otro enfoque eficaz es la utilización de estrategias metacognitivas, que hacen hincapié en la regulación del propio aprendizaje y en la introspección durante el proceso de aprendizaje; además, cabe señalar que las estrategias de aprendizaje se pueden adaptar para adaptarse a diversos estilos de aprendizaje, que abarcan los ámbitos visual, auditivo, kinestésico y lógico-matemático del aprendizaje.

Desde este panorama, en resumen, las estrategias de aprendizaje abarcan los procesos cognitivos que los estudiantes emplean para adquirir conocimientos y abarcan una variedad de metodologías, procedimientos y tareas específicos; estas estrategias son iniciadas por el alumno y tienen el propósito específico de aprender y resolver los desafíos académicos, así como abordar otras facetas asociadas con el proceso de adquisición de conocimientos. A diferencia de los meros hábitos de estudio, las estrategias de aprendizaje poseen la capacidad de adaptabilidad y flexibilidad, lo que les permite satisfacer las necesidades únicas de cada estudiante.

2.2.4 Estilos de aprendizaje en matemáticas

Los estilos de aprendizaje se refieren a las preferencias individuales y distintas formas en las que las personas procesan, retienen y utilizan la información. Según Navarrete (2022), los estilos de aprendizaje pueden conceptualizarse como una amalgama de patrones, disposiciones y propensiones que delinean el procesamiento cognitivo, la interacción social y las respuestas adaptativas de un individuo dentro de su entorno educativo. Esencialmente, cada persona posee un modus operandi distintivo en la adquisición de conocimiento.

Según el estudio realizado por Rodríguez (2020), los estilos de aprendizaje se refieren a los procesos cognitivos mediante los cuales el cerebro capta y asimila la información necesaria para el aprendizaje. Cabe destacar que no existe un estilo de aprendizaje definitivo o erróneo, ya que cada individuo posee su propio estilo de aprendizaje único que resulta más eficaz para sí mismo; por el contrario, las estrategias de aprendizaje son metodologías que sirven para acelerar el proceso de aprendizaje mediante la utilización de diversos medios y técnicas; el examen de la correlación entre los estilos y estrategias de aprendizaje en relación con el rendimiento académico ha sido objeto de investigación académica.

Existen distintos modos de aprendizaje asociados con el estudio de las matemáticas, que tienen la capacidad de influir en la manera en que los estudiantes asimilan y comprenden los conceptos matemáticos. Entre los ejemplos de estilos de aprendizaje predominantes se incluyen los siguientes (Alonso et al., 1995, como se cita en Apaza y Huisa, 2021):

Aprendizaje Kinestésico: arraigado en el movimiento físico y la manipulación de objetos, este estilo se emplea para comprender conceptos matemáticos. Por ejemplo, implica la utilización de bloques para construir figuras geométricas. Este enfoque resulta más beneficioso para aquellas personas que adquieren conocimientos de manera más eficaz a través de experiencias prácticas.

Aprendizaje visual: este estilo se centra en la representación gráfica de ideas matemáticas, empleando dibujos, diagramas y gráficos para facilitar la comprensión. Es particularmente ventajoso para las personas capaces de conceptualizar fácilmente nociones abstractas.

Aprendizaje lógico-matemático: este estilo hace hincapié en la aplicación del razonamiento y la lógica para adquirir conocimientos matemáticos, por lo que resulta adecuado para las personas que disfrutan de la resolución de problemas y la aplicación del razonamiento lógico.

Cada persona puede tener un estilo de aprendizaje predominante, pero también puede utilizar elementos de otros estilos para mejorar su comprensión y rendimiento en matemáticas. Es importante tener en cuenta que los estilos de aprendizaje son únicos para cada individuo, y comprender el estilo de aprendizaje de un estudiante puede ayudar a adaptar las estrategias de enseñanza para maximizar su comprensión y desempeño en matemáticas.

2.2.5 Aprendizaje con la tecnología

El aprendizaje mediante la tecnología se ha convertido en un instrumento esencial en el viaje educativo de los estudiantes. Como estipulan Molina et al. (2023), la tecnología tiene el potencial de permitir la adquisición de conocimientos al permitir el acceso a una amplia gama de activos digitales, incluidos libros electrónicos, vídeos instructivos y juegos interactivos. En consecuencia, esto permite a los estudiantes participar en un aprendizaje autodirigido, ya que pueden investigar y profundizar de forma independiente en diversos temas de interés personal.

Además, para Lema-Dután y Meza-Mora (2021), el aprendizaje relacionando la tecnología es participar en iniciativas educativas con la ayuda de herramientas tecnológicas, como computadoras y aplicaciones móviles, se conoce comúnmente como aprender con la tecnología. La tecnología educativa facilita la mejora de la participación de los estudiantes mediante el establecimiento de un entorno educativo más cautivador que fomenta la colaboración, la evaluación rápida, el monitoreo continuo del progreso y la adaptabilidad en el proceso de adquisición de conocimientos.

La incorporación de la tecnología en la clase ayuda a mejorar la comprensión de los estudiantes y lograr aprendizajes de calidad, en los entornos educativos aboga aún más por la personalización de las experiencias de aprendizaje (Riofrio y Rodríguez, 2023). En consecuencia, esto fomenta el cultivo del aprendizaje personalizado, en el que cada estudiante puede progresar a su propio ritmo y desarrollar su propio conocimiento de manera decidida.

2.2.6 Evaluación del Aprendizaje

La evaluación del aprendizaje es un procedimiento fundamental en el ámbito de la educación y tiene varios propósitos. De acuerdo con Ley y Espinoza (2021), la evaluación tiene el propósito de medir el grado en que los estudiantes han adquirido conocimientos, identificar las debilidades o fortalezas en el proceso de enseñanza y aprendizaje y tomar decisiones pedagógicas destinadas a mejorar la calidad de la educación. Además, la evaluación permite a los estudiantes recibir comentarios, proporcionándoles información relacionada con su desempeño y guiándolos hacia la mejora continua.

La evaluación del aprendizaje no debe verse únicamente como un medio de medición, sino más bien como un medio para fomentar la adquisición de habilidades. Como explican Sánchez y Solís (2023) la evaluación formativa tiene como objetivo ofrecer a los estudiantes comentarios pertinentes y oportunos, que les permitan reconocer sus puntos fuertes y las áreas que necesitan mejorar. Esta perspectiva de la evaluación se basa en el enfoque constructivista, que postula que el aprendizaje es un proceso participativo y significativo para los estudiantes.

En el plan docente académico de la asignatura de Sistemas de Conocimiento de la asignatura de Cálculo Diferencial de la Universidad de Cuenca, se rige a las siguientes calificaciones de acuerdo al componente de aprendizaje: Aprendizaje en contacto con el docente el 35%, Aprendizaje práctico-experimental 35%, Aprendizaje autónomo 30%. Dentro de cada componente incluyen actividades propuestas con su instrumento de evaluación y su debida ponderación. De este modo, La evaluación del aprendizaje emplea una amplia gama de técnicas e instrumentos para medir el grado de comprensión y/o habilidades de los estudiantes, con el objetivo final de garantizar que los sistemas educativos realmente faciliten a los estudiantes el logro de sus capacidades máximas (UNESCO, 2023).

2.3 Simuladores matemáticos

La utilización de simuladores matemáticos ha demostrado su importancia como instrumento inestimable en el ámbito de la educación matemática. Para Trahtemberg (2000), estas aplicaciones computacionales permiten a los estudiantes interactuar con intrincados principios matemáticos a través de un enfoque visual y pragmático, fomentando así una comprensión más profunda de estos conceptos.

Según el trabajo académico de Castro et al. (2022), la utilización de simuladores matemáticos en un entorno educativo tiene el potencial de fomentar el crecimiento de las habilidades de resolución de problemas y el pensamiento lógico en los estudiantes. Estos programas computarizados ofrecen un espacio seguro y sin prejuicios para que los estudiantes exploren diversos escenarios e implementen diversas estrategias, sin temor a cometer errores.

Sin embargo, es crucial hacer hincapié en que los simuladores matemáticos no deben suplantar por completo a la enseñanza matemática convencional. Como afirman Díaz et al (2020), estos programas deben emplearse como instrumentos complementarios que mejoren el encuentro de aprendizaje y fomenten la participación dinámica de los estudiantes.

2.3.1 Ventajas de los simuladores matemáticos

Los simuladores matemáticos tienen el potencial de ofrecer ventajas significativas a los estudiantes que enfrentan desafíos en el aprendizaje o tienen discapacidades, como destacan De Mora Litardo et al. (2023), estos simuladores se pueden adaptar para satisfacer las necesidades específicas de cada estudiante, ofreciendo así asistencia complementaria y permitiendo una experiencia educativa más completa.

Los simuladores matemáticos poseen una ventaja adicional, a saber, su capacidad para demostrar visualmente nociones abstractas. Como sostienen Solórzano Criollo et al. (2023), las representaciones visuales tienen el potencial de mejorar la comprensión de los estudiantes de los conceptos matemáticos abstractos, ya que proporcionan un medio para visualizar sus aplicaciones en el mundo real.

Según los autores Viñamagua et al. (2023), nos mencionan los siguientes beneficios del uso de los simuladores matemáticos en el aula:

En primer lugar, estos simuladores permiten a los estudiantes comprender los conceptos matemáticos en mayor medida a través de la visualización interactiva y el aprendizaje experimental; este enfoque interactivo facilita significativamente el proceso de comprensión de los principios matemáticos.

En segundo lugar, los simuladores proporcionan un entorno seguro para que los estudiantes experimenten con conceptos matemáticos, eliminando el riesgo de errores; esta plataforma práctica y dinámica permite a los estudiantes explorar e interactuar con los conceptos matemáticos de manera práctica.

En tercer lugar, la utilización de simuladores matemáticos promueve el aprendizaje autónomo al permitir a los estudiantes profundizar de forma independiente en los conceptos matemáticos a su propio ritmo; este estilo de aprendizaje a su propio ritmo mejora la capacidad de los estudiantes para comprender e interiorizar los principios matemáticos. Además, estos simuladores ayudan a visualizar y comprender conceptos matemáticos abstractos al proporcionar una representación más concreta y tangible.

Por último, la integración de simuladores matemáticos en entornos educativos puede fomentar un mayor interés y motivación entre los estudiantes; al ofrecer un enfoque interactivo y atractivo para el aprendizaje de las matemáticas, estos simuladores captan y mantienen eficazmente la atención de los estudiantes.

Dadas estas múltiples ventajas, es evidente que los simuladores matemáticos sirven como una herramienta valiosa para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el entorno del aula.

2.3.2 Simuladores matemáticos en la educación superior

La evaluación del aprendizaje es un procedimiento fundamental en el ámbito de la educación y tiene varios propósitos. De acuerdo con Ley y Espinoza (2021), la evaluación tiene el propósito de medir el grado en que los estudiantes han adquirido conocimientos, identificar las debilidades o fortalezas en el proceso de enseñanza y aprendizaje y tomar decisiones pedagógicas destinadas a mejorar la calidad de la educación. Además, la evaluación permite a los estudiantes recibir comentarios, proporcionándoles información relacionada con su desempeño y guiándolos hacia la mejora continua.

El uso de simuladores matemáticos en la educación superior ha sido objeto de estudio y reflexión en los últimos años; estos simuladores representan recursos digitales que permiten a los estudiantes participar en escenarios prácticos y resolver problemas de manera efectiva, al mismo tiempo que aplican de manera efectiva los principios matemáticos que han adquirido en su entorno académico. Según los hallazgos publicado por Arteaga Alcívar (2023), es evidente que la utilización de simuladores matemáticos fomenta activamente la participación de los estudiantes en el proceso de adquisición de conocimientos, ya que les brinda la oportunidad de manipular y explorar diversas variables en un entorno seguro y regulado.

Estas herramientas, cuando se utilizan junto con el modelo pedagógico de aprendizaje experiencial, permiten la adquisición de conceptos físicos y matemáticos, el cultivo de la psicomotricidad y el perfeccionamiento de las habilidades de pronunciación en un idioma extranjero. Además, los simuladores tienen el potencial de mejorar la aptitud para resolver problemas y facilitar la exploración, aspectos ambos cruciales en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas (PEARSON, 2024).

Por el contrario, la utilización de simuladores en el aprendizaje de las matemáticas en el nivel terciario es congruente con las metodologías pedagógicas que se esfuerzan por fomentar una forma de educación más pragmática y experiencial. Para Gómez (1991), estas ayudas educativas tienen una utilidad particular a la hora de impartir principios matemáticos complejos, ya que brindan a los estudiantes la oportunidad de abordar escenarios y situaciones difíciles de una manera más dinámica y visual, lo que facilita una mayor comprensión y aplicación de estos conceptos.

En conclusión, el ámbito de los simuladores matemáticos se manifiesta como un reino de instrumentos digitales que poseen la capacidad de elevar el proceso de adquisición de conocimiento dentro del dominio de la educación superior. El uso de estas herramientas brinda a los estudiantes la oportunidad de sumergirse en escenarios auténticos y resolver problemas complejos mediante un enfoque práctico, fortaleciendo así su comprensión de los principios matemáticos fundamentales. Además, la existencia de simuladores matemáticos sirve como catalizador para el cultivo de la destreza tecnológica, el perfeccionamiento del pensamiento crítico y el refinamiento de las habilidades para resolver problemas.

2.3.3 Tipos de simuladores matemáticos

Los simuladores matemáticos de la época contemporánea se han convertido en un instrumento por excelencia para facilitar el proceso pedagógico relacionado con las matemáticas y el cálculo diferencial. Por lo tanto, se delinean los principales simuladores matemáticos que se emplean predominantemente en entornos académicos.

GeoGebra

Para Cenas Chacón et al., (2021) GeoGebra es un software dinámico para la exploración matemática, trasciende los límites educativos al integrar sin problemas la geometría, el álgebra, las hojas de cálculo, los gráficos, las estadísticas y el cálculo en un motor unificado. Además, GeoGebra es un refugio virtual, ya que alberga una gran cantidad de recursos didácticos de valor incalculable, diseñados meticulosamente por nuestra comunidad lingüísticamente diversa, que superan el impresionante número de un millón.

En resumen, GeoGebra es una herramienta educativa que ofrece diversas funciones que la hacen útil para la enseñanza de las matemáticas, como geometría dinámica, álgebra y análisis, hojas de cálculo, gráficas y estadísticas, interfaz intuitiva y recursos gratuitos para el aula. Estas funciones hacen de GeoGebra una herramienta valiosa para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos.

Wólfram Alpha

Para los autores González Martel et al. (2018) Wólfram Alpha es un instrumento computacional, ofrece respuestas inmediatas a consultas y cálculos. Las respuestas son complejas y están hechas a la medida de los conceptos introducidos en el motor de búsqueda. La utilidad de este simulador en el aprendizaje de las matemáticas se debe a sus diversas características y funciones.

En esencia, Wólfram Alpha es un instrumento computacional que proporciona respuestas complejas y precisas a una amplia gama de consultas y cálculos, lo que demuestra ser un activo valioso para la enseñanza de las matemáticas. Ayuda tanto a la resolución de problemas como a la obtención de información complementaria sobre conceptos específicos.

Derive

En palabras de los autores Terrero Dominici y Pérez González (2010), Derive es un software influyente para realizar cálculos matemáticos avanzados. Abarca una amplia gama de conceptos matemáticos como variables, expresiones algebraicas, ecuaciones, funciones, vectores, matrices y trigonometría, entre otros. Además, posee la capacidad de funcionar como una calculadora científica y tiene la capacidad de representar funciones gráficas en dos y tres dimensiones utilizando diversos sistemas de coordenadas.

Además, Derive proporciona información sobre la derivada en el cálculo diferencial y análisis matemático, así como una calculadora de derivadas en línea que muestra los pasos del cálculo completo. El software Derive es ampliamente utilizado con propósitos educativos y está disponible para las plataformas Windows y DOS.

Symbolab

En el estudio de Agustin et al. (2023), Symbolab es un solucionador matemático que ofrece un enfoque gradual para resolver problemas de álgebra, trigonometría, cálculo y otras materias interconectadas. Es un instrumento ventajoso tanto para los estudiosos como para los educadores, ya que proporciona un apoyo meticuloso en el proceso de resolver los dilemas matemáticos.

Además, Symbolab se ha empleado en entornos educativos y ha demostrado su capacidad para influir favorablemente en la comprensión de las funciones matemáticas entre los estudiantes universitarios. La plataforma ofrece calculadoras paso a paso gratuitas para álgebra, trigonometría y cálculo, lo que supone un valioso recurso para el cultivo de la meditación matemática y el aprendizaje autónomo.

Finalmente, en el contexto específico del tema de los Límites de función real, los simuladores matemáticos son herramientas valiosas para abordar las carencias de habilidades lógicas matemáticas y superar obstáculos en la comprensión de conceptos matemáticos, lo que repercute en la resolución efectiva de problemas relacionados con el cálculo (Salvatierra et al., 2021). Estos simuladores permiten contextualizar la resolución de ejercicios y problemas y la aplicabilidad práctica en situaciones concretas, lo que resulta en una comprensión más profunda y en la optimización del aprendizaje teórico del cálculo diferencial

2.4 Hipótesis

Basándonos en el enunciado del problema dado, se podrá determinar si efectivamente hay un impacto, sin predisponer el resultado a una mejora específica, para ello, se plantea lo siguiente:

H. - El manejo de los simuladores matemáticos (GeoGebra, Wolfram Alpha, Derive y Symbolab) tiene un impacto significativo en el estudio del tema de los límites en la asignatura de Cálculo diferencial de los estudiantes de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

Para este trabajo se planteó una hipótesis alternativa y una hipótesis nula, las cuales se muestran a continuación.

Hipótesis de Alternativa H1. - El manejo de los simuladores matemáticos (GeoGebra, Wolfram Alpha, Derive y Symbolab) mejora el estudio del tema de los límites en la asignatura de Cálculo diferencial de los estudiantes de Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

Hipótesis Nula Ho. - El manejo de los simuladores matemáticos (GeoGebra, Wolfram Alpha, Derive y Symbolab) no mejora el estudio del tema de los límites en la asignatura de Cálculo diferencial de los estudiantes de Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

2.5 Variables

Para Carballo y Guelmes (2006), las variables juegan un papel crucial ya que representan los factores o características que los investigadores enfocan en su análisis. Estas variables pueden conceptualizarse como variables teóricas, que son conceptos abstractos, o bien operacionalizarse como variables empíricas, que son medibles y observables en la realidad. Es fundamental identificar y definir estas variables de manera clara y precisa, ya que esto ayudará a establecer una metodología de investigación adecuada. Para medir las variables, se utilizan escalas u otras herramientas de medición que permiten cuantificar y obtener datos objetivos y fiables.

En esencia, las variables son elementos esenciales en el proceso de investigación y su correcta manipulación y medición garantiza la validez y confiabilidad de los resultados obtenidos; además, comprender y discernir con precisión las variables es un factor fundamental para el éxito y la credibilidad de los esfuerzos de investigación educativa.

El presente trabajo de investigación se presenta una variable independiente (X) y una variable dependiente (Y).

2.5.1 *Variable independiente*

Para los autores Villasís-Keever y Miranda-Novales, (2016), una variable independiente es un factor que el investigador altera o regula deliberadamente para examinar su impacto en otra variable, que se denomina variable dependiente. La variable independiente es el elemento o factor causal que se cree que ejerce un efecto o influencia sobre la variable dependiente.

X: Manejo de los simuladores matemáticos (Wolfram Alpha, GeoGebra, Derive y Symbolab)

Los simuladores matemáticos son herramientas interactivas que permiten a los estudiantes y educadores participar en la exploración de conceptos matemáticos, realizar cálculos, generar gráficos, resolver problemas y realizar experimentos virtuales (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado, 2024).

2.5.2 *Variable dependiente*

Una variable dependiente en la investigación para Villasís-Keever y Miranda-Novales (2016), es una variable que está sujeta a investigación o análisis para determinar cómo se ve afectada o influenciada por una o más variables independientes; Es el atributo o aspecto que el estudio pretende dilucidar, pronosticar o medir. El valor o el comportamiento de la variable dependiente depende de las variables independientes y puede estar sujeto a su incidencia.

Y: Aprendizaje de los límites de una función real.

El Aprendizaje de los límites de una función real, según Larson y Edwards (2014), abarca tanto una perspectiva pragmática como conceptual. Además, acentúa la importancia de comprender las nociones y principios fundamentales del cálculo diferencial, junto con la utilización pragmática de estas nociones en escenarios de la vida real.

2.5.3 *Dimensiones de la variable*

Según Carballo y Guelmes (2006), los componentes de las variables aluden a las distintas facetas o subvariables que componen una variable compleja. Las dimensiones son componentes esenciales de una variable intrincada, que surge de su escrutinio y disección.

Son los componentes sustanciales que facilitan la explicación del comportamiento de la variable que se está examinando.

Dimensiones de la variable X

Nivel de conocimientos una vez implementado los simuladores matemáticos.

Dimensiones de la variable Y

Nivel de conocimientos relacionados al objeto matemático.

2.6 Operacionalización de las variables

La siguiente tabla explica la operacionalización de variables, sus dimensiones, indicadores e instrumento

Tabla 1

Operacionalización de las variables

Objetivo Específico	Variable	Concepto Operativo	Dimensión	Indicadores	Instrumento	Ítems
Uso de los simuladores matemáticos y su incidencia en el aprendizaje de los límites de una función real						
Objetivo General: Determinar cómo la utilización de simuladores matemáticos influye en el proceso de aprendizaje de los límites de una función real en estudiantes de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física en la Universidad de Cuenca.						
Diagnosticar el nivel de conocimiento y habilidades de los estudiantes en el cálculo diferencial en el tema de los límites de una función real.	Aprendizaje de los límites de una función real (V.D.)	El aprendizaje del cálculo diferencial, según Larson y Edwards (2014), abarca tanto una perspectiva pragmática como conceptual. Además, acentúa la importancia de comprender las nociones y principios fundamentales del cálculo diferencial, junto con la utilización pragmática de estas nociones en escenarios de la vida real	Nivel de conocimientos previos relacionado al objeto matemático.	Consideraciones generales del estudiante sobre los simuladores	Cuestionario Pretest-Post test	PD: 1 PD: 2 PD: 3 PD: 4 PD: 5
				Formulación		PD: 6
				Cálculos y técnicas de límites		PD: 7
				Interpretación de graficas		PD: 8
Aplicar los simuladores matemáticos como	Manejo de los simuladores	Los simuladores matemáticos son herramientas interactivas que permiten a los estudiantes y	Nivel de conocimientos una vez	Funcionalidad y aplicaciones del simulador	Cuestionario Pretest-Post test	PC: 1 PC: 2 PC: 3

herramienta didáctica para el aprendizaje del cálculo diferencial en el tema de los límites de función real.	matemáticos (Wolfram Alpha, GeoGebra, Derive y Symbolab) (V.I.)	educadores participar en la exploración de conceptos matemáticos, realizar cálculos, generar gráficos, resolver problemas y realizar experimentos virtuales (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado, 2024).	implementado los simuladores matemáticos	Definición y conceptualización		PC: 4
				Formulación		PC: 5
				Cálculos y técnicas de límites		PC: 6
				Interpretación de graficas		PC: 7 PC: 8
Analizar la influencia entre el uso de los simuladores matemáticos y el mejoramiento del conocimiento y habilidades de los estudiantes en el cálculo diferencial en el tema de los límites de función real.	Aprendizaje de los límites de una función real (V.D.)	El aprendizaje del cálculo diferencial, según Larson y Edwards (2014), abarca tanto una perspectiva pragmática como conceptual. Además, acentúa la importancia de comprender las nociones y principios fundamentales del cálculo diferencial, junto con la utilización pragmática de estas nociones en escenarios de la vida real.	Nivel de conocimientos relacionados al objeto matemático	Nivel de conocimientos previo relacionado al objeto matemático	Resultados de la Prueba pre test	Comparación de resultados mediante pruebas estadísticas
				Nivel de conocimientos una vez implementado los simuladores	Resultados de la prueba Post test una vez implementado los simuladores	

Capítulo tres

Metodología de la investigación

3.1 Paradigma

Este estudio se enmarca dentro del enfoque positivista para la investigación, que establece los principios fundamentales para la creación de conocimiento, respaldados por la noción de que todo el conocimiento se deriva de encuentros sensoriales, pertenecientes a lo que es perceptible y verificable a través de la experimentación objetiva (Mejía-Rivas, 2022).

En este sentido, se analiza la efectividad de los simuladores matemáticos en el aprendizaje de los límites de una función real, con el objetivo de contribuir al desarrollo de estrategias didácticas innovadoras y eficaces en la enseñanza de las matemáticas. De esta manera, la investigación aporta evidencia empírica sobre la eficacia de los simuladores matemáticos en el aprendizaje de los límites de una función real, y contribuyan a la mejora de las prácticas educativas en la asignatura del Cálculo Diferencial.

3.2 Tipo de investigación

El tipo de investigación utilizada en este estudio es la investigación experimental, para Hernández Sampieri et al. (2014), como un tipo de estudio en el que se manipulan intencionalmente una o más variables independientes para analizar las consecuencias de esa manipulación en una o más variables dependientes, bajo condiciones controladas.

Esta investigación tiene las siguientes ventajas:

Realismo: Proporciona una visión más realista de los fenómenos, ya que se estudian en su contexto natural.

Aplicabilidad: Los resultados pueden ser más generalizables a situaciones reales.

La investigación experimental es una herramienta valiosa en el arsenal metodológico de la educación, permite el estudio de fenómenos en condiciones naturales y es especialmente útil en contextos donde la manipulación de variables es posible. Esta metodología es útil para explorar relaciones, describir fenómenos y realizar análisis estadísticos descriptivos en diversos campos de estudio.

3.3 Alcance de la investigación

El alcance de esta investigación se centra en procesos Descriptivo y Explicativo, dichos proceso se concatena con la naturaleza y alcance de la investigación realizada. Para Hernández Sampieri et al. (2014), detalla estos procesos: el estudio descriptivo permite detallar cómo son y cómo se manifiestan algunos fenómenos, situaciones, sucesos o contextos y se busca especificar las propiedades, características de los grupos, que se someta a un análisis. Por otro lado, la utilización del proceso explicativo se centra en establecer las causas y efectos de los fenómenos. En este tipo de estudios se mide una de las variables y después se observa cómo se vincula con las demás.

3.4 Enfoque de la investigación

El enfoque de investigación mixto es una metodología que integra la recopilación y análisis de datos cualitativos y cuantitativos en un solo estudio. Según Creswell (2014), este enfoque se caracteriza por la recolección y el análisis de datos cualitativos y cuantitativos de manera simultánea o secuencial, con el propósito de obtener una comprensión más amplia y compleja del fenómeno de estudio. La combinación de ambos métodos permite aprovechar las fortalezas y mitigar las debilidades inherentes a cada enfoque por separado.

En educación, un enfoque mixto puede ser utilizado para evaluar el impacto de una nueva metodología de enseñanza. Los datos cuantitativos pueden mostrar mejoras en los resultados académicos, mientras que los datos cualitativos pueden revelar las percepciones de los estudiantes y profesores sobre la metodología (Plano Clark y Ivankova, 2016).

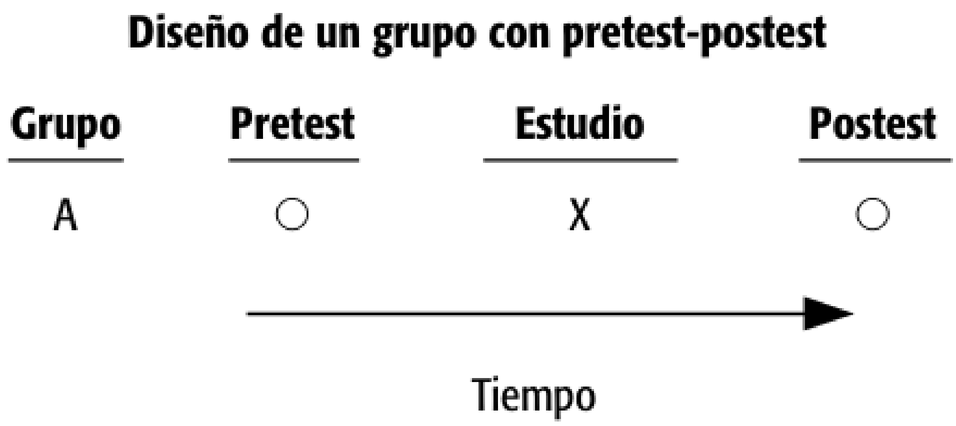
El enfoque de investigación mixto, al integrar métodos cualitativos y cuantitativos, proporciona una metodología completa y robusta que permite a los investigadores abordar sus preguntas de investigación desde múltiples ángulos. Esta combinación enriquece la comprensión del fenómeno de estudio, mejora la validez de los resultados y ofrece una mayor flexibilidad y adaptabilidad en la investigación. Como han señalado Creswell y Plano Clark (2011), este enfoque es especialmente valioso en estudios donde la complejidad del fenómeno requiere una exploración exhaustiva y multifacética.

3.5 Diseño de la investigación

Se planteo en un diseño de un grupo con pretest-postest, que se utiliza para evaluar los efectos de un tratamiento o intervención sobre un grupo de sujetos como se muestra en la siguiente Figura 2.

Figura 2

Diseño experimental



Nota: tomada de McMillan y Schumacher (2005). Investigación Educativa 5. ° Edición

Los pasos para aplicar este diseño son:

1. Aplicar un pretest (O) para medir la variable dependiente antes de la intervención.
2. Aplicar el tratamiento o variable independiente (X) al grupo A.
3. Aplicar un postest (O) para medir nuevamente la variable dependiente después de la intervención.

El diseño de un grupo con pretest-postest, combinado con un enfoque mixto y en un marco de investigación no experimental, permite evaluar los efectos de una intervención de manera detallada y profunda. Para Creswell (2014), este enfoque proporciona una comprensión completa de los cambios inducidos por la intervención, integrando perspectivas numéricas y narrativas.

3.6 Población y muestra

En este estudio la población a la cual se orientó es finita, está conformada por 230 estudiantes regulares de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias experimentales: Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuenca en la ciudad de Cuenca, provincia del Azuay.

A partir de esta población se tomó una muestra por conveniencia y no aleatorio, de acuerdo con López-Roldán (2017), se utiliza por la facilidad de acceso, la disponibilidad de las personas de formar parte de la muestra, en un intervalo de tiempo dado o cualquier otra especificación práctica de un elemento particular. La muestra se configura con 30 estudiantes de tercer ciclo de la carrera mencionada y de la asignatura de Cálculo Diferencial, como se refleja en la siguiente de la Tabla 2.

Tabla 2

Población y muestra

Nivel	Grupo	Población y muestra
Tecer Ciclo	Experimental	30

Fuente: Elaboración propia

3.7 Técnicas e instrumentos de recolección de la información

Las técnicas e instrumentos de recolección de información para un diseño pretest-postest son fundamentales para recopilar datos antes y después de la implementación la intervención. Para Hernández Sampieri (2014), estas herramientas nos permiten medir de manera efectiva los cambios que se producen en los participantes a lo largo del tiempo. A continuación, se presentan la técnica e instrumento utilizado en el estudio:

Técnicas de recolección de información:

Encuestas: Consisten en formular preguntas estructuradas a los participantes para obtener información cuantitativa y cualitativa sobre sus características, opiniones y experiencias.

Observación directa: Consiste en observar el comportamiento de los participantes en tiempo real para recopilar datos con objetividad y precisión.

Instrumentos de recolección de información:

Cuestionarios: Son formularios estructurados con preguntas cerradas y abiertas que permiten recopilar datos cuantitativos y cualitativos de manera sistemática.

Hojas de registro: Son documentos que permiten registrar de manera sistemática la información observada durante la observación directa de los participantes.

En resumen, la selección de las técnicas e instrumentos de recolección de información dependerá de los objetivos de la investigación y de las características de los participantes. Es importante utilizar una combinación de herramientas que permitan recopilar datos cuantitativos y cualitativos de manera confiable y válida para evaluar los cambios producidos en los participantes a lo largo del tiempo en un diseño pretest-postest.

3.8 Validez y confiabilidad de los Instrumentos

La validación de las herramientas de recopilación de datos se llevó a cabo con la ayuda de expertos en el campo de las matemáticas. Las herramientas pre test (apéndice A) y las herramientas de post test (apéndice B) utilizadas en este estudio fueron evaluadas por tres personas con conocimientos de matemáticas y metodología de la investigación. Esta evaluación tuvo como objetivo evaluar varios criterios, incluida la relevancia de los elementos para la variable, las dimensiones y los indicadores, así como los objetivos de la investigación y la idoneidad de la redacción de cada elemento. Como señalaron Vellis y Thorpe (2021), los investigadores pueden comprobar que la herramienta cumple con los estándares de calidad necesarios para la investigación.

En cuanto para determinar la confiabilidad de los instrumentos, se evaluará el coeficiente de confiabilidad por medio de la correlación de Spearman, denotada como r_s, mide la fuerza y la dirección de la relación monotónica entre dos variables. Su proceso convierte los datos en rangos y calcula la correlación entre estos rangos (Ortiz Pinilla y Ortiz Rico, 2021).

La correlación de Spearman se usa en situaciones donde los datos no son lineales o no cumplen con los supuestos de normalidad, convirtiéndose en una alternativa robusta. Para explicar la importancia del coeficiente de confiabilidad de un test de medición, significa esencialmente el grado de asociación entre la prueba y ella misma. Los valores numéricos se encuentran dentro del intervalo de 0 a 1, como lo describió Bolívar Ruiz (2002) las escalas se interpretan de la manera siguiente:

Tabla 3

Interpretación de la magnitud del Coeficiente de Confiabilidad de un instrumento.

Rangos	Magnitud
0,81 a 1,00	Muy Alta
0,61 a 0,80	Alta
0,41 a 0,60	Moderada
0,01 a 0,20	Muy Baja

Nota: Tomado de Ruiz Bolívar (2002). Instrumentos de Investigación Educativa

3.9 Tratamiento estadístico

Basándome en las fuentes proporcionadas, el manejo estadístico dentro de un marco de muestras relacionadas requiere un examen de los datos recopilados, se colocarán en tablas y gráficos de Microsoft Excel que posteriormente se pasarán al software SPSS, Según

Amat Abreu et al. (2021), el SPSS se erige como una de las aplicaciones de software más utilizadas en el ámbito de la investigación cuantitativa. Este software en particular brinda a los investigadores una mayor comodidad a la hora de organizar y recuperar datos con precisión, de acuerdo con la metodología establecida.

Para el análisis estadístico de los datos obtenidos en este estudio, se utilizará la prueba de chi-cuadrada para muestras relacionadas conocido también como pureba de McNemar. Este enfoque es adecuado considerando el diseño pretest-postest del estudio y la naturaleza de las variables bajo análisis. La prueba de chi-cuadrada permite evaluar si existe una diferencia significativa en la distribución de las frecuencias observadas antes y despúes de la intervención en una muestra de 30 personas.

Descripción de la Prueba de Chi-Cuadrada

Según para Ponce Renova y Ronquillo Chávez (2024), la prueba de chi-cuadrada es una técnica estadística utilizada para determinar si hay una asociación significativa entre dos variables categóricas. En el contexto de un diseño pretest-postest, la prueba de chi-cuadrada para muestras relacionadas (también conocida como prueba de McNemar) es particularmente útil para comparar distribuciones de frecuencias antes y después de una intervención.

Aplicación de la Prueba de Chi-Cuadrada en un Diseño Pretest-Postest

Muestra: 30 personas.

Diseño: Pretest-postest, donde se mide una variable categórica antes y después de la intervención.

Objetivo: Analizar si la intervención ha producido un cambio significativo en las respuestas categóricas de los participantes.

Justificación del Uso de la Prueba de Chi-Cuadrada

Adecuación para Datos Categóricos

La prueba de chi-cuadrada es adecuada para analizar datos categóricos, que es el tipo de datos que se espera recolectar en este estudio. Por ejemplo, si estamos evaluando una intervención educativa y las respuestas de los participantes son categorizadas como "Aprobado" o "Reprobado", esta prueba nos permite analizar los cambios en estas categorías.

Evaluación de Cambios en Frecuencias

La prueba de chi-cuadrada para muestras relacionadas es ideal para detectar cambios en las frecuencias de las respuestas antes y después de la intervención. Este enfoque es pertinente para estudios donde se busca evaluar la efectividad de una intervención al comparar las respuestas categóricas de los mismos sujetos en dos momentos distintos (McNemar, 1947).

Control de la Dependencia entre Medidas

En un diseño pretest-postest, las medidas antes y después de la intervención están relacionadas, ya que provienen de los mismos participantes. La prueba de McNemar (una versión de la prueba de chi-cuadrada para muestras relacionadas) controla esta dependencia, ofreciendo una evaluación precisa de los cambios en las respuestas categóricas (Sheskin, 2003).

Procedimiento para la Prueba de Chi-Cuadrada

1. **Recopilación de Datos**: Recopilar datos categóricos en los momentos pretest y postest para cada uno de los 30 participantes.
2. **Construcción de la Tabla de Contingencia**: Crear una tabla de contingencia 2x2 que muestra las frecuencias de las categorías antes y después de la intervención.
3. **Cálculo del Estadístico de Chi-Cuadrada**: Aplicar la fórmula de la prueba de McNemar para calcular el estadístico de chi-cuadrada.
4. **Comparación con el Valor Crítico**: Comparar el valor calculado del estadístico de chi-cuadrada con el valor crítico de la distribución chi-cuadrada con 1 grado de libertad para determinar la significancia estadística.

El uso de la prueba de chi-cuadrada para muestras relacionadas en este estudio es justificado debido a la naturaleza categórica de los datos y el diseño pretest-postest. Esta prueba permitirá evaluar de manera efectiva si la intervención ha producido un cambio significativo en las respuestas de los participantes, controlando adecuadamente la dependencia entre las mediciones pretest y postest.

Capítulo cuatro

Análisis de Resultados

En este capítulo se presentan el análisis de los resultados, tal como menciona la metodología y en concordancia con los objetivos específicos. Dichos instrumentos se aplicaron a los estudiantes de tercer ciclo de pedagogía de las ciencias experimentales con base a los tres objetivos planteados, para ello se utilizará herramientas tecnológicas que permitirán procesar los datos, tales como Microsoft Excel y SPSS.

El análisis de resultados es un paso crucial en cualquier investigación, ya que nos permite sacar conclusiones basadas en los datos recopilados durante el estudio. En este capítulo se presentarán y discutirán los resultados obtenidos en la investigación, con el objetivo de validar nuestras hipótesis y responder a las preguntas de investigación planteadas.

Finalmente, se discutirán las implicaciones de los resultados encontrados en relación con la literatura existente y la teoría investigada. Se identificaron posibles contribuciones al conocimiento en el área de estudio, así como limitaciones y áreas de investigación futura. Se plantearán recomendaciones para la práctica y posibles acciones a tomar en base a los resultados obtenidos.

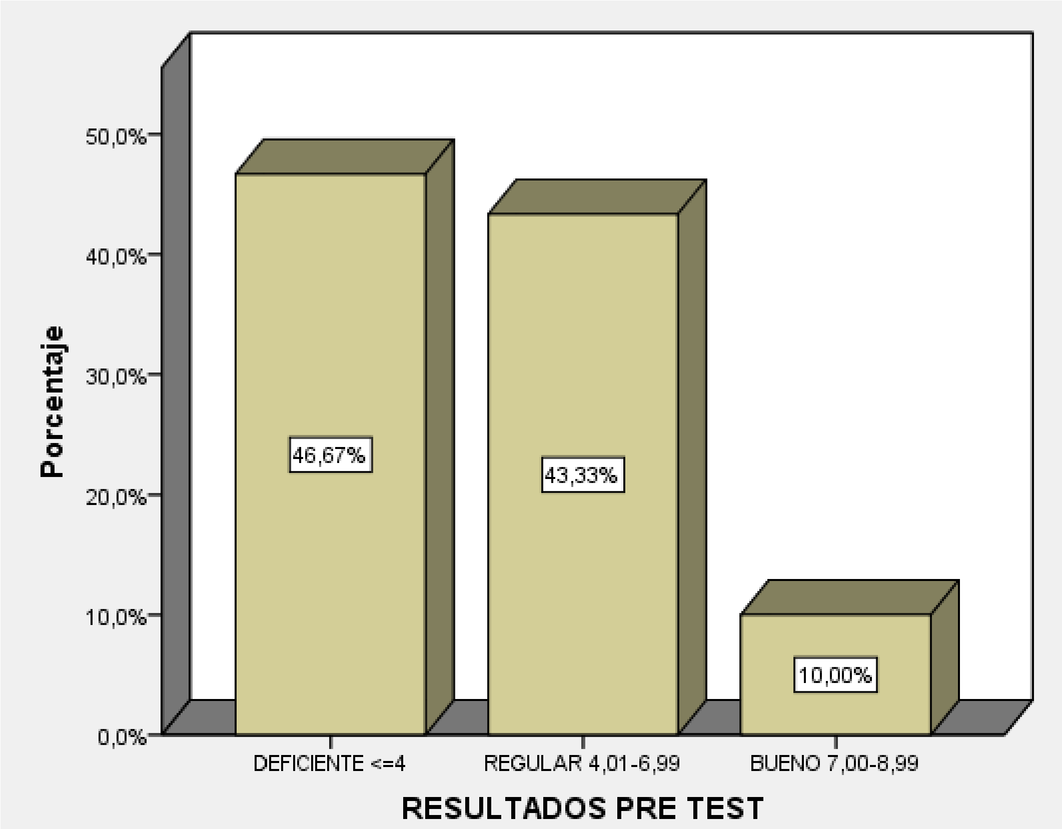
4.1 Diagnóstico el nivel de conocimiento y habilidades de los estudiantes en el cálculo diferencial en el tema de los límites de una función real

La evaluación diagnóstica que se llevó a cabo se centró en identificar el nivel de conocimiento de los alumnos del tercer ciclo de la carrera de Ciencias Experimentales: matemáticas y física de. El examen constaba de 10 puntos y abarcaba 8 preguntas sobre el tema de Límites de una función real. Los ítems abarcaban Definición y conceptualización, Formulación, Cálculos, Técnicas de límites e Interpretación de graficas.

El paso inicial del estudio fue la evaluación de la comprensión preexistente de los estudiantes sobre el tema de límites de una función real, un proceso que se llevó a cabo al grupo de intervención. Posteriormente, los resultados obtenidos se detallan a continuación.

Figura 3

Resultados Pre test del grupo de intervención



Fuente: Elaboración propia

Análisis

De acuerdo a los resultados obtenidos en la evaluación aplicada al grupo control, se puede evidenciar que un 46,67% de los estudiantes evaluados obtuvieron una calificación menor o igual a 4 puntos sobre 10 puntos, lo que indica que no alcanzaron los aprendizajes requeridos, mientras que un 43,33% lograron obtener una calificación entre 4,01 y 6,99 puntos sobre 10 puntos. Eso indica que están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos, y un 10% alcanzaron una calificación entre 7,00 y 8,99 puntos sobre 10 puntos indicando que alcanzan los aprendizajes requeridos de acuerdo a la escala de calificaciones. De esta manera se deduce que una parte de los estudiantes comprenden el tema de límites.

Discusión general sobre la evaluación conocimientos sobre Límites

Luego de los resultados obtenidos a través de la evaluación que permitió analizar los conocimientos que tienen los estudiantes relacionados con los límites, se pudo observar que la gran mayoría de los estudiantes del tercer ciclo que se les aplicó la evaluación tienen una noción básica sobre este tema. Sin embargo, existe un poco de dificultad al momento de relacionar los límites mediante un análisis gráfico.

Fue posible evidenciar que los estudiantes presentan dificultades al interpretar las representaciones gráficas de los límites y sus características. Aunque comprenden la teoría y pueden realizar cálculos algebraicos relacionados con los límites, al momento de trasladar estos conceptos a un contexto visual y gráfico, la comprensión se debilita. Esto indica una desconexión entre el conocimiento algebraico y la interpretación gráfica, lo cual es fundamental para una comprensión profunda de los límites y su comportamiento.

Los estudiantes también enfrentan problemas al resolver límites que involucran funciones trigonométricas y funciones a trozos. La resolución de límites con funciones trigonométricas requiere una gran comprensión de las propiedades y comportamientos de las funciones seno, coseno y tangente, entre otras. Sin embargo, muchos estudiantes muestran inseguridad al manipular estas funciones y aplicar las identidades trigonométricas necesarias para simplificar y resolver los límites.

Por otro lado, las funciones a trozos presentan un desafío adicional debido a la necesidad de analizar el comportamiento de la función en diferentes. La capacidad de evaluar correctamente los límites en estos puntos críticos es esencial, pero los estudiantes a menudo encuentran dificultades para comprender y aplicar las reglas adecuadas para estas funciones.

La dificultad en interpretar gráficas, resolver límites con funciones trigonométricas y funciones a trozos sugiere la necesidad de fortalecer la enseñanza de los conceptos visuales y gráficos, así como los conocimientos previos de trigonometría y álgebra, para que los estudiantes puedan desarrollar un aprendizaje completo de los límites.

En resumen, el pre test de límites realizado en este grupo evidencia una falta de dominio del tema por parte de los estudiantes. Según Nava (2021), el dominio de los conceptos relacionados con los límites es fundamental para comprender y resolver problemas matemáticos más avanzados. De lo contrario, los estudiantes seguirán enfrentando dificultades en la resolución de problemas más avanzados que requieren un dominio adecuado de este tema.

4.2 Aplicación de los simuladores matemáticos como herramienta didáctica para el aprendizaje del cálculo diferencial en el tema de los límites

Al reconocer la deficiencia observada en los estudiantes de tercer ciclo de Pedagogía de las Ciencias Experimentales con respecto a la comprensión de los Limites de función real, se diseñó una secuencia de instrucción para el grupo de intervención. Esta secuencia se centró en la implementación de softwares matemáticos como recurso didáctico, con el objetivo de trascender los paradigmas de enseñanza tradicionales mediante la integración de estrategias educativas innovadoras.

Como postularon Fiore y Leymonié (2020), las secuencias didácticas se utilizan para organizar situaciones de enseñanza y aprendizaje del profesor y para los estudiantes, son por tanto planificaciones para facilitar la enseñanza de una materia específica. Estas actividades abarcan varias fases del proceso de enseñanza e implican un enfoque estructurado para la planificación de las lecciones, que incluye objetivos definidos orientados a la entrega efectiva de contenido específico de la asignatura.

Figura 4

Aplicación de las secuencias didácticas con los simuladores matemáticos

Considerando la importancia de elaborar secuencias didácticas, se procedió a su desarrollo para realizar las intervenciones a continuación, se presentan:

Tabla 4

Secuencia didáctica sobre límites utilizando los simuladores GeoGebra y Symbolab para el grupo de intervención.

Tema: Límites y continuidad	
Docente: Edwin Riofrio	
Metodología: Aprendizaje activo	
Resultados o logros de aprendizaje: RdA1. Diferencia entre funciones continuas y discontinuas, con sus respectivas implicaciones en la construcción de modelos matemáticos reales	
Objetivo de la clase: Aprender de manera formal el concepto de límite y continuidad aplicado a funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentes.	
Nivel: Tercer ciclo de Ciencias experimentales (grupo Experimental)	
Tiempo: 2 horas	
ANTICIPACIÓN:	**RECURSOS:**
Presentación del tema y su objetivo. **Motivación:** presentación de un video sobre chistes matemáticos. https://n9.cl/fumtx **Activación de los conocimientos:** se utilizará un crucigrama donde los estudiantes recordaran clases de funciones https://goo.su/0wz0FBX **Pregunta generadora:** ¿Cómo se define e interpreta el límite de una función?	• Computador • Proyector • Internet • Materiales de oficina • Presentación de diapositivas
CONSTRUCCIÓN:	**RECURSOS**
Breve introducción sobre los softwares educativos GeoGebra y Symbolab: que es, para que sirve y cómo funciona. Se propone ejercicios para visualizar funciones continuas y discontinuas aplicando el registro geométrico con el uso del GeoGebra y Symbolab Se presenta la definición del límite partir del teorema fundamental del cálculo. Se explica las características e identifican sus límites. Desarrollo de ejemplos para la obtención de modelos matemáticos que se pueden representar mediante funciones.	• Computador • Proyector • Simuladores matemáticos (GeoGebra, Symbolab) • Presentación de diapositivas • Pizarra • Marcadores de tiza liquida
CONSOLIDACIÓN:	**RECURSOS:**
Construcción de modelos matemáticos que puedan ser representados por funciones de una variable real. Elaboración de diapositivas para mostrar estas representaciones con los softwares trabajados	• Computador • Proyector • Internet • Celulares • Materiales de oficina

Tabla 5

Secuencia didáctica No.2 sobre límites utilizando los simuladores Wólfram y Derive para el grupo de intervención.

<table>
<tr><td colspan="2">Tema: Límites y continuidad</td></tr>
<tr><td colspan="2">Docente: Edwin Riofrio</td></tr>
<tr><td colspan="2">Metodología: Aprendizaje activo</td></tr>
<tr><td colspan="2">Resultados o logros de aprendizaje:
RdA2. Comprende el concepto de límite aplicado a funciones algebraicas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo de la clase: Aprender de manera formal el concepto de límite y continuidad aplicado a funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentes.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nivel: Tercer ciclo de Ciencias experimentales (grupo Experimental)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tiempo: 2 horas</td></tr>
<tr><td>ANTICIPACIÓN:</td><td>RECURSOS:</td></tr>
<tr><td>Presentación del tema y su objetivo.
Motivación video de divulgación científica Para que me sirve las matemáticas
https://goo.su/D6lW3

Activación de los conocimientos: breve cuestionario de Khan Academy donde los estudiantes recordaran conceptos sobre límites de manera gráfica
https://goo.su/xzXA

Pregunta generadora: ¿Cómo se encuentra los límites por medio de manipulación algebraica?</td><td>• Computador
• Proyector
• Simuladores matemáticos (Wolfram A. y Derive)
• Presentación de diapositivas
• Pizarra
• Marcadores de tiza liquida</td></tr>
<tr><td>CONSTRUCCIÓN:</td><td>RECURSOS</td></tr>
<tr><td>Breve introducción sobre los softwares educativos Wolfram A. y Derive: que es, para que sirve y cómo funciona.

Se explica Límites por medio de factorización con
Se explica Límites por medio de Racionalización

Se interpreta geométricamente y analíticamente junto con los simuladores.

Levantamiento de indeterminaciones con estos límites en funciones algebraicas, trascendentes y trigonométricas.</td><td>• Computador
• Proyector
• Software GeoGebra
• Presentación de diapositivas
• Pizarra
• Marcadores de tiza liquida</td></tr>
<tr><td>CONSOLIDACIÓN:
Se propone un ejercicio en el cual deben introducir en los simuladores Wolfram y Derive e investigar el leguaje de como insertar la función en el programa.</td><td>RECURSOS:
• Computador
• Proyector
• Internet
• Celulares
• Materiales de oficina</td></tr>
</table>

Tabla 6

Secuencia didáctica No.3 sobre límites utilizando los simuladores para el grupo de intervención.

Tema: Límites y continuidad	
Docente: Edwin Riofrio	
Metodología: Aprendizaje activo	
Resultados o logros de aprendizaje: RdA2. Comprende el concepto de límite aplicado a funciones algebraicas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.	
Objetivo de la clase: Aprender de manera formal el concepto de límite y continuidad aplicado a funciones algebraicas, trigonométricas y trascendentes.	
Nivel: Tercer ciclo de Ciencias experimentales (grupo Experimental)	
Tiempo: 2 horas	
ANTICIPACIÓN:	**RECURSOS:**
Presentación del tema y su objetivo. **Motivación** Presentación de un video de divulgación científica Zombis en la escuela https://goo.su/HX6D **Activación de los conocimientos:** breve cuestionario de Quizizz donde los estudiantes entran a un juego de trivia sobre límites de funciones vistas join my quiz.com • 87287170 **Pregunta generadora:** ¿Qué estrategias se utilizan para resolver límites de funciones reales?	• Computador • Proyector • Internet • Materiales de oficina • Presentación de diapositivas
CONSTRUCCIÓN: Explicación sobre la obtención de asíntotas verticales, horizontales y oblicuas. Graficación de funciones por límites y asíntotas. Clase expositiva síncrona. Exposición sobre límites unilaterales y límites en infinito. Levantamiento de indeterminaciones con estos límites en funciones algebraicas, trascendentes y trigonométricas.	**RECURSOS** • Computador • Proyector • Simulador matemático a elegir • Presentación de diapositivas • Pizarra • Marcadores de tiza liquida •
CONSOLIDACIÓN:	**RECURSOS:**
Resolución de ejercicios y problemas: talleres grupales e individuales. Proporcionar retroalimentación sobre las respuestas obtenidas en el test y resolver cualquier duda que surja.	• Computador • Proyector • Internet • Celulares • Materiales de oficina

4.3 Análisis de la relación entre el uso de los simuladores matemáticos y el mejoramiento del conocimiento y habilidades de los estudiantes en el cálculo diferencial en el tema de los límites.

Luego de implementar las secuencias didácticas en el grupo de intervención, utilizando los simuladores matemáticos, se evaluó al grupo para medir el impacto de esta estrategia metodológica. A continuación, se presentan los resultados obtenidos por cada grupo de estudio.

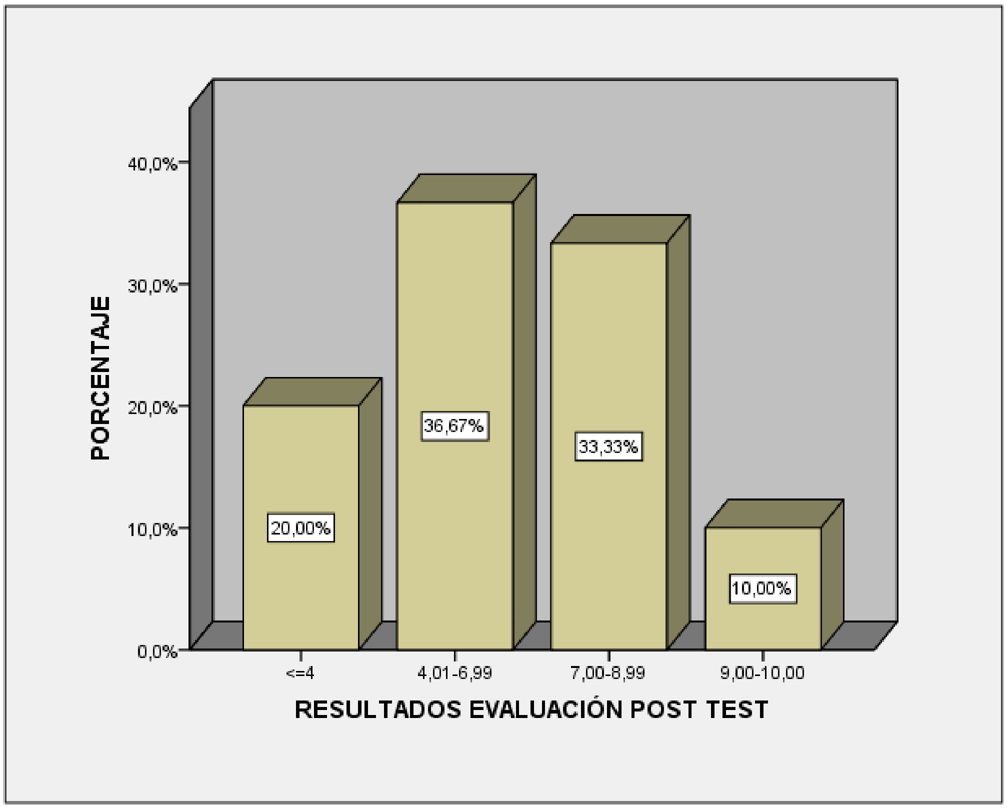
Tabla 7

Resultados Post test del grupo de intervención.

	Indicador	Frecuencia	Porcentaje
Válidos	<=4	6	20,0%
	4,01-6,99	11	36,7%
	7,00-8,99	10	33,3%
	9,00-10,00	3	10,0%

Figura 5

Resultados Post test del grupo de intervención



Análisis:

En relación con la prueba posterior a la intervención en el grupo experimental, es evidente que el 20% de los estudiantes evaluados obtuvieron una calificación igual o inferior a 4 puntos; el 36,67% obtuvo una puntuación entre el 4,01 y el 6,99 puntos; el 33,33% quedó entre el 7 y el 8,99 puntos. Por último, el 10% recibió una puntuación entre 9 y 10 puntos. Estos hallazgos sugieren que las clases que incorporan simuladores matemáticos para el grupo relacional muestran un mejor rendimiento académico en términos de calificaciones en comparación con su evaluación diagnóstica inicial. Esto se debe a que, después de la intervención, se obtienen puntajes iguales o superiores a 9, mientras que, en la prueba previa, ningún estudiante obtuvo una calificación superior a 9. Por el contrario, los estudiantes que obtuvieron una puntuación de 4 o menos en la prueba posterior representan menos de la mitad de los que obtuvieron una puntuación similar en la prueba previa, lo que indica el impacto positivo del uso del simulador a la hora de comprender los límites entre las funciones reales de las variables reales. Los resultados en el grupo de intervención se deben en concordancia con Ferras et al. (2023), a la capacidad de los simuladores matemáticos para facilitar la participación interactiva con imágenes, procedimientos y otros componentes que ayudan a los estudiantes a comprender los conceptos, los significados de las representaciones y los procesos de resolución de problemas.

4.4 Comparación de resultados del pre test y post test en el grupo de intervención

En el grupo de intervención, los resultados del pre test mostraron un nivel de conocimiento medio sobre el tema en estudio. Sin embargo, después de la intervención, los resultados del post test mostraron una mejora significativa en el nivel de conocimiento de los participantes.

Además, en el pre test, se observó que varios participantes tenían conceptos erróneos sobre el tema en estudio. Sin embargo, en el post test, la mayoría de estos errores fueron corregidos, lo que indica que la intervención fue efectiva para aclarar conceptos y algoritmos erróneos y mejorar la comprensión de los participantes.

Tabla 8

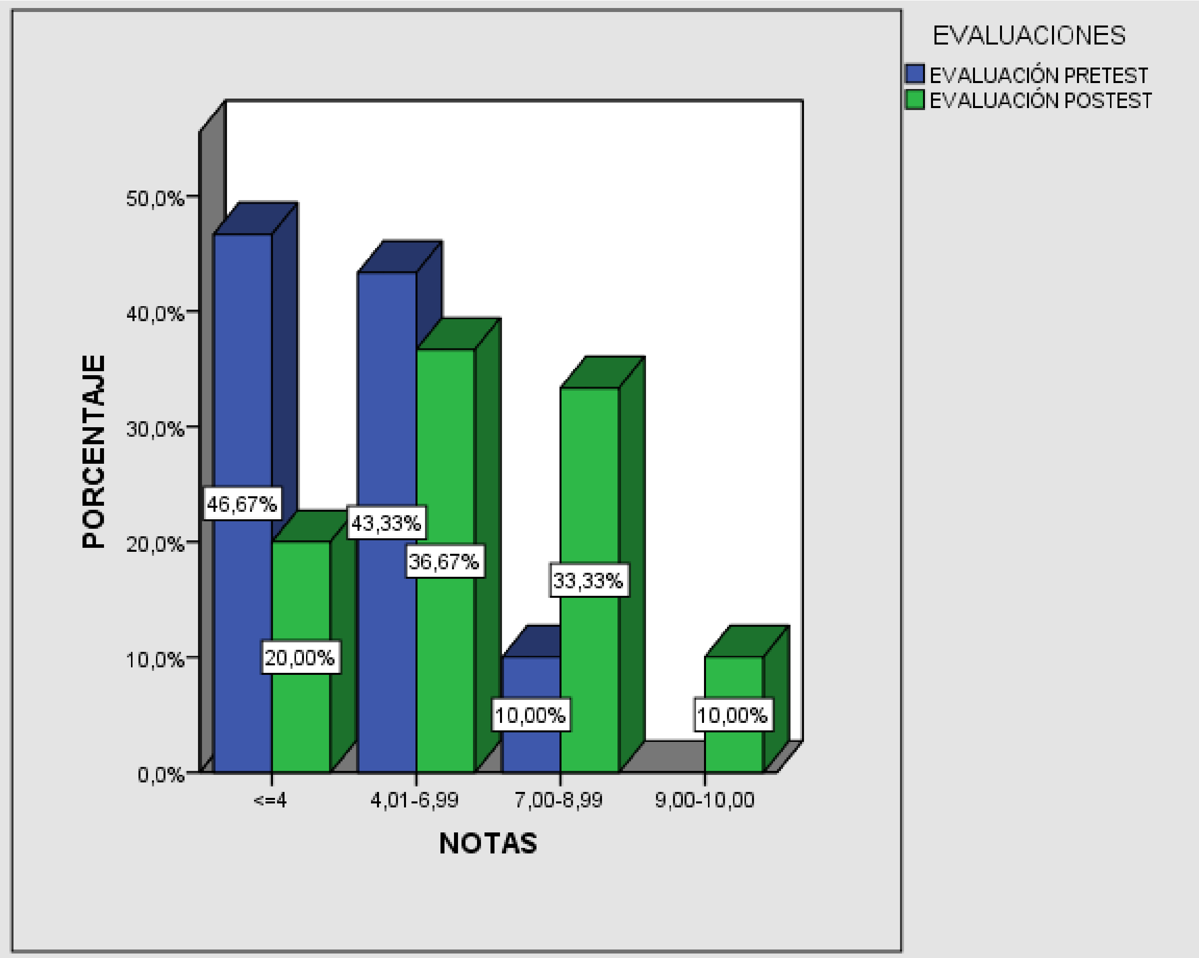
Resultados entre las dos variables de evaluaciones

ESTUDIANTES	PRETEST	POSTTEST
1	2	4
2	4	6
3	4	6
4	3	6
5	3	3
6	4	8
7	4	8
8	4	6
9	6	6
10	5	7
11	6	8
12	4	5
13	7	5
14	5	7
15	3	6
16	2	4
17	3	5
18	6	8
19	3	3
20	8	10
21	6	8
22	5	4
23	8	10
24	6	5
25	5	7
26	5	7
27	5	7
28	6	9
29	3	5
30	3	3
Promedio	4,60	6,20

A continuación, se muestra un gráfico comparativo entre los resultados del pre test y post test en el grupo de intervención.

Figura 6

Resultados Pre test y Post test del grupo de intervención



Como anteriormente se indicó, en este gráfico comparativo se observa que se obtuvieron mejores resultados en el post test, ya que solo el 20% obtuvo la calificación menor o igual que 4, mientras que en el pre test estaban la mitad de la población menor o igual que 4, así mismo con la calificación máxima que existe mayor porcentaje de calificación en el poste test alcanza el 10% la máxima nota indicando que los estudiantes dominan el aprendizaje requerido, en cambio en el pre test ningún estudiante alcanzo la máxima nota.

4.5 Prueba de Normalidad

Cuando se trata de dos conjuntos de puntuaciones obtenidos del mismo grupo de participantes en dos momentos distintos y con el objetivo de determinar la presencia de una diferencia entre las medias de ambos conjuntos, realizamos una comparación de las medias de los grupos relacionados. Como menciona Gras (2001), el proceso del enfoque analítico subyacente implica la utilización de la variable de diferencia entre los dos puntos temporales para determinar si el promedio de dicha discrepancia se desvía significativamente de cero o de cualquier otro valor preespecificado que se postule como hipótesis. Dada la naturaleza singular de la muestra de datos disponible, se evita la necesidad de contrastar las varianzas, además, el logro de la normalidad en este contexto depende del análisis de la variable de diferencia.

Tabla 9

Diferencia entre las dos variables de evaluaciones

ESTUDIANTES	PRETEST	POSTTEST	DIFERENCIA
1	2	4	2
2	4	6	2
3	4	6	2
4	3	6	3
5	3	3	0
6	4	8	4
7	4	8	4
8	4	6	2
9	6	6	0
10	5	7	2
11	6	8	2
12	4	5	1
13	7	5	-2
14	5	7	2
15	3	6	3
16	2	4	2
17	3	5	2
18	6	8	2
19	3	3	0
20	8	10	2
21	6	8	2
22	5	4	-1
23	8	10	2
24	6	5	-1
25	5	7	2
26	5	7	2
27	5	7	2
28	6	9	3
29	3	5	2
30	3	3	0
Promedio	4,60	6,20	1,60

Tabla 10

Pruebas de normalidad

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
DIFERENCIA	,846	30	,001

Por la cantidad de datos utilizamos Shapiro-Wilk que nos indica que la distribución no sigue una ley normal. En consecuencia, aplicaríamos la prueba no paramétrica de McNemar, considerando que la significancia es de 0,05 es decir una confianza del 95% (Gras 2001).

4.6 Prueba de Hipótesis

Los resultados del Post test son mejores a los resultados del Pre test, hay que determinar si realmente existe un impacto o incidencia del uso de los simuladores matemáticos (GeoGebra, Wolfram Alpha, Derive y Symbolab) en el rendimiento académico de estudiantes los estudiantes de pedagogía de las ciencias experimentales: matemáticas y física.

Para evaluar los cambios significativos en las respuestas categóricas antes y después de una intervención, se utilizó la Prueba de McNemar. Este análisis es adecuado para estudios de diseño pretest-postest donde se mide la misma variable en dos momentos distintos sobre el mismo grupo de sujetos. A continuación, se describe la aplicación de esta prueba en el estudio.

La prueba de McNemar es una prueba no paramétrica que se utiliza para comparar la proporción de sujetos que cambian entre dos condiciones o momentos de medición relacionados.

Objetivo del Estudio

El objetivo del estudio fue determinar si existían cambios significativos en la variable de dependiente Aprendizaje de los límites de función real, antes y después de la intervención.

Diseño del Estudio

Se utilizó un diseño pretest-postest con una muestra de 30 participantes. Cada participante fue evaluado en dos ocasiones: antes (pretest) y después (postest) de la intervención. Las respuestas se clasificaron en categorías, permitiendo un análisis de datos emparejados.

Se construye una tabla de contingencia 2x2 con las frecuencias de los sujetos que cambian de una categoría a otra entre las dos condiciones

Categorías:

BAJO RENDIMIENTO DE 1,00 - 6,99 puntos

ALTO RENDIMIENTO DE 7,00 - 10,00 puntos

A continuación, se presentan en la siguiente tabla de contingencia elaborada en el software SPSS con sus respectivas categorías.

Tabla 11

La tabla de contingencia de datos cruzados de las 2 variables Pretest y Post test

		RESULTADOS POST TEST		Total
		BAJO RENDIMIENTO DE <=6,99	ALTO RENDIMIENTO DE 7,00 - 10,00	
RESULTADOS PRE TEST	BAJO RENDIMIENTO DE <= 6,99	16	11	27
	ALTO RENDIMIENTO DE 7,00 - 10,00	1	2	3
Total		17	13	30

Prueba de Hipótesis

Para ello se planteó una hipótesis alternativa y una hipótesis nula, las cuales se muestran a continuación:

Hipótesis de Alternativa H1. - El manejo de los simuladores matemáticos (GeoGebra, Wolfram Alpha, Derive y Symbolab) mejora el estudio del tema de los límites en la asignatura de Cálculo diferencial de los estudiantes de Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

Hipótesis Nula Ho. - El manejo de los simuladores matemáticos (GeoGebra, Wolfram Alpha, Derive y Symbolab) no mejora el estudio del tema de los límites en la asignatura de Cálculo diferencial de los estudiantes de Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

A continuación, se presentan los resultados que se obtuvieron utilizando el programa SPSS para determinar el análisis no paramétrico:

Tabla 12

Prueba de chi-cuadrado

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	Sig. exacta (bilateral)
Prueba de McNemar		,006[a]
N de casos válidos	30	

a. Utilizada la distribución binomial

Se toma un intervalo de confianza del 95%, lo cual quiere decir una significancia de 0,05. De esta manera el resultado de la prueba da una significancia bilateral de 0,006 es decir un valor menor a 0,05 lo que indica que se debe rechazar la hipótesis nula (Ho) y aceptar la hipótesis alternativa (H1), es decir, que existe diferencia significativa entre las medianas cumpliéndose así que el manejo de los simuladores matemáticos (GeoGebra, Wolfram Alpha, Derive y Symbolab) influye en el rendimiento académico de los estudiantes.

Figura 7

Resumen de prueba de hipótesis en SPSS

Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	Las distribuciones de valores diferentes entre RESULTADOS PRE TEST y RESULTADOS POST TEST tienen las mismas probabilidades.	Prueba McNemar de muestras relacionadas	,006[1]	Rechazar la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es ,05.

[1] Se muestra la significancia exacta para esta prueba.

Justificación del Uso de la Prueba de Chi-Cuadrada de McNemar

Adecuación para Datos Categóricos: La prueba de chi-cuadrada de McNemar es adecuada para datos categóricos, permitiendo comparar la distribución de frecuencias en dos momentos diferentes (pretest y postest).

Evaluación de Cambios en Frecuencias: Este método es ideal para detectar cambios en las frecuencias de respuestas categóricas antes y después de una intervención, lo cual es fundamental en un diseño pretest-postest.

Control de la Dependencia entre Medidas: La prueba de McNemar controla la dependencia entre las mediciones de pretest y postest, lo que es esencial en estudios donde las mismas personas son evaluadas en ambos momentos.

La prueba de chi-cuadrada para muestras relacionadas (prueba de McNemar) es una herramienta poderosa y apropiada para analizar datos en un diseño pretest-postest con variables categóricas. Utilizar SPSS para este análisis facilita la ejecución y la interpretación de los resultados, proporcionando una forma efectiva de evaluar los cambios significativos en las respuestas de los participantes tras una intervención.

4.7 Prueba de confiabilidad del test de medición

La confiabilidad de un instrumento de medición es crucial en cualquier campo de investigación, ya que garantiza la consistencia y estabilidad de las mediciones que se realizan con dicho instrumento, para medir la confiabilidad test-retest, es decir, la estabilidad de las mediciones a lo largo del tiempo.

El método utilizado para evaluar la confiabilidad es el uso del coeficiente de correlación de Spearman, porque los datos no cumplen con los supuestos de normalidad. El coeficiente de correlación de Spearman mide la fuerza y dirección de la relación monotónica entre dos variables continuas.

El coeficiente de confiabilidad Rho de Spearman es una herramienta eficaz para evaluar la consistencia de un instrumento de evaluación en un diseño pretest-postest. Su cálculo es relativamente sencillo y proporciona información valiosa sobre la fiabilidad del instrumento en la medición de cambios en el rendimiento de los estudiantes antes y después de una intervención.

A continuación, en la siguiente tabla se muestra los resultados de la confiabilidad del test que se trabajó en esta investigación por medio del software SPSS:

Tabla 13

Resultados del Coeficiente de Confiabilidad Rho de Spearman.

			PRETEST	POSTTEST
Rho de Spearman	PRETEST	Coeficiente de correlación	1,000	0,661**
		Sig. (bilateral)	.	0,0007
		N	30	30
	POSTTEST	Coeficiente de correlación	0,661**	1,000
		Sig. (bilateral)	0,0007	.
		N	30	30

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

El coeficiente de correlación de Spearman calculado es 0,661 lo que indica una confiabilidad Alta (ver Tabla 3) del cuestionario aplicado sobre el tema de los Límites. Este resultado sugiere que el cuestionario produce resultados consistentes a lo largo del tiempo, incluso cuando los datos no son perfectamente lineales.

4.8 Discusión General de Resultados

Los resultados de este estudio van en concordancia con el de algunas investigaciones, como el caso de Paucar (2023) que a través de su trabajo titulado “Simuladores matemáticos como una estrategia didáctica para el estudio del cálculo integral de los estudiantes de Ingeniería Industrial de la Universidad Técnica Particular de Loja.” los resultados afirman que hubo un impacto positivo en los estudiantes, esto se evidenció mediante la realización de un post test a grupos independientes.

En el estudio de Septian et al. (2021) titulado “The development of calculus teaching materials using GeoGebra” el método de investigación utilizado es investigación y desarrollo. Los resultados de la validación de expertos en medios utilizando la prueba de Kendall, sig. = 0,062 > 0,05 (Ho aceptado) significa que el material de enseñanza de cálculo utilizando GeoGebra es factible de usar. Por último, se tiene el estudio de Rojas Taño (2021) cuyo nombre es “La significatividad del aprendizaje del cálculo diferencial e integral”, con la inserción de las TIC en los planes de estudio y la resolución de problemas, se puede contribuir al logro de aprendizajes significativos en los estudiantes.

Después de realizar todo el análisis estadístico se puede afirmar que el manejo de los simuladores matemáticos (GeoGebra, Wolfram Alpha, Derive y Symbolab) influye en el rendimiento académico de los estudiantes de manera significativa. Esto de acuerdo a Alam, (2020). se debe a que los softwares matemáticos mejorarán la comprensión de la cognición del cálculo operacional entre los estudiantes de escuelas, colegios y universidades.

No obstante, existe un porcentaje de estudiantes que aún no dominan el tema de los límites de función real, esto según Ugwuanyi et al. (2020). En su investigación mostraron que la inteligencia emocional, la autoestima y la autoeficacia tenían poderes predictivos significativos sobre el rendimiento académico de los estudiantes en matemáticas. Por lo tanto, la inteligencia emocional, la autoestima y la autoeficacia de los estudiantes son determinantes primordiales de su rendimiento en matemáticas.

Conclusiones

La incorporación de los simuladores matemáticos en el marco educativo del nivel superior se identifica constantemente como una necesidad apremiante, teniendo en cuenta los diversos impactos de la tecnología en los diversos dominios en los que participan las personas. En las matemáticas la tecnología no se utiliza con frecuencia debido a varias razones, una de ellas es la percepción convencional de la asignatura como una disciplina abstracta y teórica. Esta percepción dificulta la integración de herramientas digitales que podrían mejorar en gran medida el proceso de aprendizaje, simplificar la comprensión de ideas complejas y fomentar una atmósfera más interactiva y colaborativa para los estudiantes.

A través de la observación de las intervenciones didácticas y la retroalimentación proporcionada por los alumnos, se determinó que GeoGebra fue el simulador más efectivo y preferido por los estudiantes. Esta conclusión se basa en varios factores clave observados durante el estudio las cuales son: su interactividad, facilidad de uso, recursos educativos integrados y capacidad para visualizar dinámicamente conceptos matemáticos lo convirtieron en la herramienta preferida y más efectiva en comparación con Wolfram Alpha, Derive y Symbolab.

Respecto al objetivo general: Determinar cómo la utilización de simuladores matemáticos influye el proceso de aprendizaje de los límites de una función real en estudiantes de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física en la Universidad de Cuenca. Se puede resaltar que este fue cumplido de forma integral al realizar una serie de acciones planificadas que no solo permitieron identificar las necesidades del contexto de estudio a través de un diagnóstico, sino también diseñar, implementar y evaluar el impacto de un plan estratégico que pudiera solventar las falencias encontradas de forma concreta y eficiente.

Sobre el primer objetivo específico: Diagnosticar el nivel de conocimiento y habilidades de los estudiantes en el cálculo diferencial en el tema de los límites de una función real, es importante que este se cumplió en su totalidad. A través de la aplicación de un cuestionario previamente validado y confiable se logró obtener información concreta respecto del tema trabajado y los participantes firmaron el consentimiento para participar en el estudio.

Desde una perspectiva general, los resultados obtenidos evidencian que una gran parte de los estudiantes presentan dificultades para comprender el concepto de límite y su aplicación en el cálculo diferencial. Esta se debe que presentan errores recurrentes en la simplificación algebraica y en la manipulación de expresiones matemáticas complejas, lo que afecta su capacidad para resolver problemas correctamente.

Sobre el objetivo específico dos: Aplicar los simuladores matemáticos como herramienta didáctica para el aprendizaje del cálculo diferencial en el tema de los límites, se puede determinar que este se cumplió en su totalidad, considerando que se planificaron una serie de secuencias didácticas que permitían la integración efectiva de los simuladores matemáticos. Estas secuencias didácticas estuvieron dirigidos a los estudiantes, por lo cual se planificaron tres sesiones que fueron aplicadas de forma progresiva.

El proceso requerido para la elaboración de esta propuesta fue exhaustivo y riguroso. Comenzando con un diagnóstico detallado de las necesidades y desafíos presentes en el contexto educativo, se identificaron áreas clave donde la integración de los simuladores matemáticos podría tener un impacto significativo. A partir de ahí, se diseñaron objetivos generales y específicos que guiaron el desarrollo de estrategias didácticas adaptadas a las particularidades de la asignatura del Calculo Diferencial.

Entorno al objetivo específico tres: Analizar la relación entre el uso de los simuladores matemáticos y el mejoramiento del conocimiento y habilidades de los estudiantes en el cálculo diferencial en el tema de los límites, se puede señalar que esta se cumplió de forma efectiva, dio resultados positivos muy importantes a nivel general; determinándose así que el uso de los simuladores matemáticos influye de manera significativa en el rendimiento académico de estos estudiantes.

Finalmente, se observa las calificaciones en el post test el 10% de los estudiantes luego de la intervención dominan el tema propuesto. Es importante destacar que la implementación de la tecnología es importante en los planes de estudio, esto ha promovido una mayor flexibilidad y comodidad en el proceso de aprendizaje. El estudio ha demostrado ser una herramienta valiosa para mejorar la calidad.

Recomendaciones

A partir de los resultados obtenidos, se presentan las siguientes recomendaciones para mejorar y optimizar el uso de estas herramientas tecnológicas con el fin de realizar futuras investigaciones en el contexto educativo:

Incorporar de forma más sistemática y activa los simuladores matemáticos en las clases de límites de funciones reales. Esto permitirá a los estudiantes visualizar de manera concreta los conceptos abstractos y facilitará su comprensión.

Investigar el impacto del uso de simuladores matemáticos en la motivación y el interés de los estudiantes hacia el estudio de los temas de la matemática.

Investigar las opiniones y percepciones de los docentes sobre la utilización de simuladores matemáticos en la enseñanza de los límites de una función real y cómo esto puede influir en su práctica docente.

Realizar estudios cuantitativos y cualitativos para explorar en profundidad la experiencia de los estudiantes al utilizar simuladores matemáticos en el aprendizaje de los límites de una función real y cómo esto ha impactado en su comprensión y manejo del tema.

Estas recomendaciones pueden ayudar a ampliar el conocimiento sobre la incidencia de los simuladores matemáticos en el proceso de aprendizaje de los límites de una función real y a mejorar las estrategias de enseñanza en este ámbito.

Referencias

Agustin, S. Y., Susilawati, W., & Nuraida, I. (2023). Mathematical reasoning through symbolab match mine learning. In *AIP Conference Proceedings 2572*(1). AIP Publishing. https://doi.org/10.1063/5.0121652

Alam, A. (2020). Challenges and possibilities in teaching and learning of calculus: A case study of India. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists, 8*(1), 407-433. https://doi.org/10.17478/jegys.660201

Alvarez Bolaños, E. (2020). Educación socioemocional. *Controversias y Concurrencias Latinoamericanas, 11*(20), 388-408. https://n9.cl/3o2mu

Amat Abreu, M., Ricardo Velázquez, M., y Cruz Velázquez, D. (2021). Acciones metodológicas para la toma de decisiones con el uso de SPSS en la Estadística Inferencial. *Revista Conrado*, *17*(S1), 125–132. https://n9.cl/8ua4j

Angulo, P. (2021). El aprendizaje colaborativo virtual para la enseñanza de la matemática. *Dominio de las Ciencias, 7*(1), 253-567. https://n9.cl/elg2z8

Apaza Apaza, G. M., y Huisa Quispe, M. Y. (2021). *Influencia de los estilos de aprendizaje en las capacidades del área de matemática en los estudiantes de quinto de secundaria de la Institución Educativa Javier Heraud de Madre de Dios, 2019.* [Tesis de grado, Universidad Nacional Amazónica de Madre de Dios]. https://n9.cl/d3evs

Arenas Bedoya, J. L., y Giraldo, J. A. (2019). Los simuladores: estrategia didáctica en la inclusión de los conceptos matemáticos en la Física. *Revista Científica , 1*, 110-120. https://n9.cl/malkn

Arteaga Alcívar, Y. (2023). Infopedagogía en el aula: Potenciando el aprendizaje a través de la integración de tecnología y pedagogía en Ecuador. *Dominio De Las Ciencias, 9*(2), 1795–1812. https://n9.cl/59xqk6

Baque Reyes, G. R. (2021). El aprendizaje significativo como estrategia didáctica para la enseñanza–aprendizaje. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional, 6*(5), 75-86. https://n9.cl/pfdrs

Bermejo-Berros, J. (2021). El método dialógico-crítico en Educomunicación para fomentar el pensamiento narrativo. *Comunicar, 29*(68), 111-121. https://doi.org/10.3916/C67-2021-09

Calle Chacón, L. P., Garcia-Herrera, D. G., Ochoa-Encalada, S. C., y Erazo-Álvarez, J. C. (2020). La motivación en el aprendizaje de la matemática: Perspectiva de estudiantes de básica superior. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía, 5*(1), 488–507. https://doi.org/10.35381/r.k.v5i1.794

Camizán García, H., Benites Seguín, A., y Damián Ponte, I. (2021). Estrategias de aprendizaje. *Tecnohumanismo, 1*(1), 152-172. https://doi.org/10.53673/th.v1i8.40

Carballo Barcos, M., y Guelmes Valdés, E. L. (2006). Some considerations about the variables in educational researches. *Revista Universidad y Sociedad, 8*(1), 140-150. http://rus.ucf.edu.cu/

Castro, A. N., Aguilera, C. A., y Chávez, D. (2022). Robótica educativa como herramienta para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la formación universitaria de profesores de educación básica en tiempos de COVID-19. *Formación Universitaria, 15*(2), 151-162. https://doi.org/10.4067/S0718-50062022000200151

Cenas Chacón, F. Y., Gamboa Ferrer, L. R., Blaz Fernández, F. E., y Castro Mendocilla, W. E. (2021). Geogebra: herramienta tecnológica para el aprendizaje significativo de las matemáticas en universitarios. *Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, *5*(18), 382-390. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i18.181

Cuesta-Borges, A., Garza-González, B., y Herrera-López, H. (2021). Habilidades Procedimentales del Cálculo Diferencial en el Bachillerato. *11*(1), 166-173. https://n9.cl/e9j6ov

Creswell, J. W. (2014). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. SAGE Publications.

Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2011). *Designing and Conducting Mixed Methods Research*. SAGE Publications.

De Mora Litardo, E., Ronquillo Murrieta, G. V., Fabre Mera, K. Y., y Monar Alvarez, J. E. (2023). La inclusión educativa virtual de estudiantes con discapacidad en la carrera de pedagogía de ciencias experimentales: Informática. *Journal of Science and Research: Revista Ciencia e Investigación, 8*(2), 274-298. https://n9.cl/vlx5y

De Plandolit Corro, N. (2019). *Els ambients d'aprenentatge i el treball per projectes en l'ensenyament de les matemàtiques.* [Tesis de Máster, Universidad de las Islas Baleares]. https://n9.cl/sbpz1

Deci, E., & Ryan, R. (2000).The “what” and “why” of goal pursuits: Human needs and the self determination of behavior. *Psychological Inquiry*, *11*(4), 227-268. doi:10.1207/S15327965PLI1104_01

DeVellis, R. F., & Thorpe, C. T. (2021). *Scale development: Theory and applications.* Sage publications. https://n9.cl/8j548

Díaz Perera, J. J., Salinas Padilla, H. A., Saucedo Fernández, M. y Jiménez Izquierdo, S. (2020). Aproximación en el uso de EVA en estudiantes de educación superior. *Revista Boletín Redipe , 9*(11), 98–109. https://doi.org/10.36260/rbr.v9i11.1113

Dweck, C. (2006). *Mindset: La nueva psicología del éxito.* Casa al azar. https://n9.cl/s8zhb

Erazo Escudero, A. D. (2023). Implementación de simulaciones para el aprendizaje de fundamentos matemáticos de las funciones reales con una variable real . *(Master's thesis, Universidad Nocional de Chimborazo)*. https://n9.cl/ndrey

Fernández, E. (2020). Análisis de estrategias metodológicas docentes apoyadas en el uso de TIC para fomentar el Aprendizaje Cooperativo del alumnado universitario del Grado de Pedagogía. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado, 34*(95). https://doi.org/10.47553/rifop.v34i2.77628

Fernández Casuso, M. B. F. (2000). Perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje del tema límite de funciones con el uso de un asistente matemático. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *3*(2), 171-188. https://n9.cl/ghaiu

Ferras Ferras, M., Suárez Ruiz, R., y Tamayo Rodríguez, I. (2023). *La visualización en la enseñanza del cálculo.* Repositorio de la Universidad de La Habana, Cuba. https://n9.cl/anp5z

Fiore, E., y Leymonié, J. (2020). *Didáctica Práctica para enseñanza básica, media y superior.* Grupo Magro Editores. https://n9.cl/r53pj

Fonseca Castro, J. L., y Alfaro Carvajal, C. R. (2018). El cálculo diferencial e integral en una variable en la formación inicial de docentes de matemática en Costa Rica. *Revista Educación, 42*(2), 1-22. https://doi.org/10.15517/revedu.v42i2.25844

Fullana Belda, C., y Urquía Grande, E. (2009). Los modelos de simulación: una herramienta multidisciplinar de investigación. *Encuentros multidisciplinares, 11(32), 37-48., 11*(32), 37-48. https://n9.cl/ceo7o

Gómez, C. (1991). Cognición, contexto y enseñanza de las matemáticas. *Comunicación, Lenguaje y Educación, 3*((11-12)), 11-26. https://doi.org/10.1080/02147033.1991.10820978

González Martel, C., Dávila-Cárdenes, N., y Gómez-Déniz, E. (2018). *Wolfram| Alpha, una herramienta informática con múltiples aplicaciones en la educación universitaria*. V Jornadas Iberoamericanas de Innovación Educativa en el Ámbito de las TIC y las TAC. https://n9.cl/k1hvzo

Hernández Sampeiri, R., Fernández, C. y Baptista, L. (2014). *Metodología de la Investigación 6a edición.* Mc Graw Hill.

Hidi, S., y Renninger, K. (2006). El modelo de cuatro fases de desarrollo de intereses. *Psicólogo educativo, 41*(2), 111-127.

Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis., 153, 103897. *Computers & Education, 153*, 103897. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897

Huaman Camillo, J. G.y Ibarguen Cueva, F. E. (2020).Trabajo cooperativo y aprendizaje significativo en matemática en estudiantes universitarios de Lima. *Educação & Formação, 5*(3), 16. https://doi.org/10.25053/redufor.v5i15set/dez.3079

Instituto Nacional de Evaluación Educativa [INEVAL]. (2023). *Informe Nacional Ser Estudiante-Nivel de Bachillerato. Año lectivo 2022-2023.* https://n9.cl/hu79v

Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado. (2024). *Formación en línea*. Ministerio de Educación y Formación Profesional: https://n9.cl/hnh4g

Jadán Juela, W. E., y Mayllazhungo Pomaquiza, M. A. (2022). *Guía didáctica para el uso de geogebra aplicado a problemas de optimización en la asignatura de cálculo diferencial .* (Bachelor's thesis, Universidad de Cuenca). https://n9.cl/8cx71

Larson, R., y Edwards, B. (2014). *Cálculo Décima edición Tomo I.* Cengage Learning.

Lema-Dután, M., y Meza-Mora, M. (2021). Recursos tecnológicos para estimular el aprendizaje de los estudiantes de Bachillerato del Colegio Ficoa de Montalvo. *593 Digital Publisher CEIT, 6*(1), 187-202. https://n9.cl/zxkc8n

Ley Leyva, N. V., y Espinoza Freire, E. E. (2021). Características de la evaluación educativa en el proceso de aprendizaje. *Revista Universidad y Sociedad, 13*(6), 363-370. https://n9.cl/vz2we

López-Roldán, P. &. (2017). *El diseño de la muestra. Metodología de la investigación social cuantitativa.* Universitat Autònoma de Barcelona.

McMillan, J. H., y Schumacher, S. (2005). *Investigación Educativa 5.° Edición.* PEARSON EDUCATION.

McNemar, Q. (1947). Note on the sampling error of the difference between correlated proportions or percentages. *Psychometrika*, 12(2), 153-157. https://doi.org/10.1007/BF02295996

Mejía-Rivas, J. (2022). Los paradigmas en la investigación científica. *Revista Ciencia Agraria, 1*(3), 7-14. https://doi.org/10.35622/j.rca.2022.03.001

Molina Jiménez, J. A., Rugel Llongo, J. L., Arredondo Alvarez, K. L., y Ruiz Vélez, A. A. (2023). Impacto de las TIC en el mejoramiento del proceso enseñanza-aprendizaje de la comprensión lectora en estudiantes de primer año de bachillerato. *Dominio De Las Ciencias, 9*(2), 2292–2308. https://n9.cl/xuwms

Morales Castaneda, O. O., y Polanco Aquino, N. E. (2006). *El papel de la motivación en el proceso de enseñanza aprendizaje en la asignatura de matemática en el nivel de tercer grado de educación básica del centro escolar José Mariano Méndez.* [tesis de grado, Universidad de El Salvador]. https://n9.cl/m6pnk

Moreno, M. F., Villacrés, C. A., y Cabrales, R. L. (2023). Guía metodológica para el uso de herramientas digitales en la enseñanza aprendizaje de la matemática. *Polo del Conocimiento, 8*(9), 1680-1705. https://n9.cl/fxvu5i

Nava Cuellar, F. J. (2021). *Razonamientos relacionados con el concepto de límite de una función de estudiantes de ingeniería .* [Tesis de Maestría Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN Departamento de Matemática Educativa]. https://n9.cl/ddc8r

Navarrete Socasi, S. A. (2022). *Desarrollo Socio-Emocional como un estilo de aprendizaje áulico.* [Bachelor's thesis, Ecuador: Pujilí: Universidad Técnica de Cotopaxi (UTC)]. https://n9.cl/k7sh5

Ortiz Pinilla, J., y Ortiz Rico, A. F. (2021). ¿Pearson y Spearman, coeficientes intercambiables? *Comunicaciones En Estadística, 14*(1), 53–63. https://doi.org/10.15332/23393076.6769

Paucar Narvaéz, E. M. (2022). Simuladores matemáticos como una estrategia didáctica para el estudio del cálculo integral de los estudiantes de Ingeniería Industrial de la Universidad Técnica Particular de Loja . [Tesis de Maestría Universidad Técnica particular de Loja]. https://n9.cl/nx0mfu

Plano Clark, V. L., & Ivankova, N. V. (2016). *Mixed Methods Research: A Guide to the Field*. SAGE Publications.

PEARSON. (2024). *pearsonlatam.* https://n9.cl/wpm1l

Ponce Renova, H. y Ronquillo Chávez, C. (2024). *Estadística para pruebas de Chi cuadrada con uso de JASP para quienes tienen prisa*. Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. https://n9.cl/8pxzh

Riofrio Sarmiento, E. S., y Rodríguez Cabrera, N. L. (2023). Recurso tecnológico para la enseñanza del álgebra boleana en compuertaslógicas. *Uniandes Episteme, 10*(2), 249-260. https://doi.org/10.61154/rue.v10i2.2906

Rodríguez Arias, L. G. (2020). Estilos de aprendizaje basados en la teoría de Kolb predominantes en los universitarios. *Revista Científica Internacional, 3*(1), 81-88. https://doi.org/10.46734/revcientifica.v3i1.22

Rojas Taño, A. (2021). La significatividad del aprendizaje del cálculo diferencial e integral. *Varona. Revista Científico Metodológica, 72*, 11-15. https://n9.cl/qewvu

Ruiz Bolívar, C. (2002). *Instrumentos de Investigación Educativa*. Venezuela: Fedupel.

Salvatierra Melgar, A., Romero, S., y Shardin Flores, L. (2021). Khan Academy: Fortalecimiento del aprendizaje de Cálculo I en estudiantes universitarios. *Propósitos y Representaciones, 9(1)., 9*(1). https://n9.cl/ehujfw

Sánchez Flores, J., y Solís Trujillo, B. P. (2023). La evaluación formativa: un proceso reflexivo y sistemático de la práctica docente. *Conrado, 19*(90), 196-202. https://n9.cl/7a3oa

Sangucho Bunshi, L. P. (2022). Uso de la herramienta digital desmos graphing calculator en el aprendizaje de la matemática básica. [Tésis de maestría Universidad técnica Partícular de Loja]. https://n9.cl/o6bu7

Santillán de la Vega, R. H. (2021). *Uso de Khan academy en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de secundaria. Revisión sistemática.* [Tesis doctoral, Universidad César Vallejo]. https://n9.cl/qprwc

Septian, A., Darhim, D., & Prabawanto, S. (2021). The development of calculus teaching materials using geogebra. . *IndoMath: Indonesia Mathematics Education, 4*(1), 1-10. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012019

Sheskin, D. J. (2003). *Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures*. CRC Press. https://n9.cl/rhtfi

Solórzano Criollo, L. R., Choez Calderón, C. J., Castillo Gámez, J. L., Castillo Montes, C. E., y Macías Lara, R. A. (2023). Rompiendo barreras en la enseñanza de las matemáticas: cómo las aplicaciones y tecnologías pueden mejorar el desempeño académico y la confianza del estudiante. *Revista Científica Multidisciplinar G-Nerando, 4*(1). https://n9.cl/fptflw

Terrero Dominici, J. R., y Pérez González, O. L. (2010). Propuesta didáctica para la enseñanza del tema funciones a través de la utilización de estrategias metacognitivas y el uso del Derive. *UNIÓN - Revista iberoamericana de educación matemática*, *6*(22). https://n9.cl/fr54e9

Trahtemberg Siederer, L. (2000). El impacto previsible de las nuevas tecnologías en la enseñanza y la organización escolar. *Revista iberoamericana de educación*. https://doi.org/10.35362/rie240996

Trávez Osorio, G. M. (2022). *Herramientas de simulación para la enseñanza aprendizaje de Matemática*. [Tesis de Maestría, Ambato: Universidad Tecnològica Indoamèrica]. https://n9.cl/8bohs2

Ugwuanyi, C. S., Okeke, C. I., & Asomugha, C. G. (2020). Prediction of Learners' Mathematics Performance by Their Emotional Intelligence, Self-Esteem and Self-Efficacy. *Cypriot Journal of Educational Sciences, 15*(3), 492-501. https://n9.cl/awyns

UNESCO. (2023). *unesco.org*. https://n9.cl/2vikw

Velásquez, J. A., Rodríguez, M. R., Téllez, M. D., y Rodríguez, J. P. (2020). *Límite y continuidad de funciones reales de una variable real*. Editorial Universitaria (Cuba). https://acortar.link/F7iZLs

Villasís-Keever, M. Á., y Miranda-Novales, M. G. (2016). El protocolo de investigación IV: las variables de estudio. *Revista Alergia México, 63*(3), 303-310. https://n9.cl/mot2e

Viñamagua, G., Quishpe, R., Paucar, E., & Castillo, S. (2023). Mathematical Simulators for the Study of the Integral Calculus of Engineering Students. *ESPOCH Congresses: The Ecuadorian Journal of STEAM*, 490-509. https://doi.org/10.18502/espoch.v3i1.14469

Wigfield, A., y Eccles, J. (2000). Teoría de la expectativa-valor de la motivación para el logro. *Psicología de la Educación Contemporánea, 25*(1), 68-81. https://doi.org/10.21071/psye.v14i3.15071

Apéndice

Se incluye de acuerdo al orden citado en el cuerpo del Trabajo de Integración Curricular (TIC).

Apéndice A. Pre Test Aprendizaje de los Límites de una función real

A. INDICACIONES:

La finalidad de este instrumento es conocer el rendimiento académico de los estudiantes que cursan la asignatura de Cálculo Diferencial en la carrera de Pedagogía de las Ciencias experimentales Matemáticas y Física, lo cual servirá de insumo para la elaboración del estudio denominado: **Uso de los simuladores matemáticos y su incidencia en el aprendizaje de los límites de una función real.** Por favor responda a todos los ítems, sus respuestas serán confidenciales y anónimas.

Al aceptar esta cláusula de consentimiento, usted confirma su voluntad de participar en este trabajo de investigación. Este documento asegura que ha sido debidamente informado sobre los objetivos, procedimientos, beneficios y posibles riesgos asociados con el estudio. Asimismo, se le garantiza que su participación es completamente voluntaria. Toda la información que proporcione será tratada con estricta confidencialidad y utilizada exclusivamente para fines de esta investigación, asegurando su privacidad conforme a la normativa vigente. Al firmar, usted también reconoce que ha tenido la oportunidad de hacer preguntas y recibir respuestas satisfactorias antes de otorgar su consentimiento.

Esta usted de acuerdo en participar

SI: _____ NO: ______

B. TIPO DE PREGUNTA: CUESTIONAMIENTO DIRECTO.

1. ¿Qué representa el concepto de límite en el cálculo?

A) El valor máximo que puede alcanzar una función.

B) El valor al que se acerca una función a medida que la variable independiente se acerca a un cierto valor.

C) El valor mínimo que puede alcanzar una función.

D) El punto donde una función cambia de concavidad.

2. ¿Qué tipo de discontinuidad presenta una función en un punto donde su límite no existe?

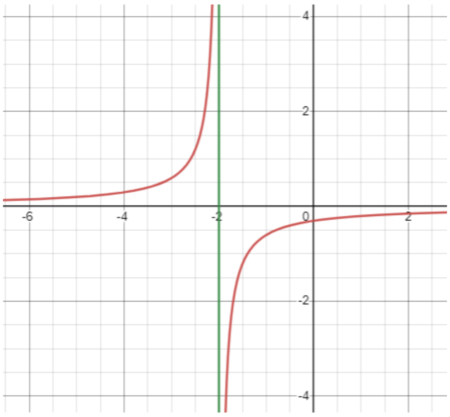
A) Discontinuidad removible.

B) Discontinuidad infinita.

C) Discontinuidad de salto.

D) Discontinuidad asintótica.

3. La función f está definida para todos los números reales excepto en $x = -2$



¿Cuál es una estimación razonable para $\lim_{x \to -2} f(x)$

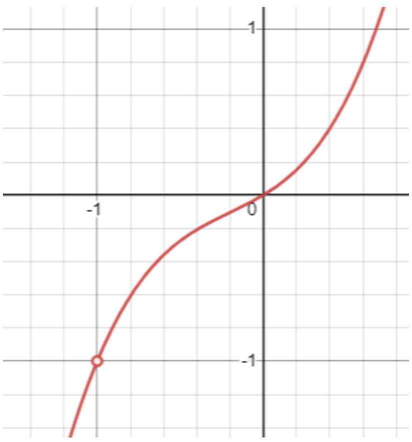
A) -3

B) 1

C) 0

D) El límite no existe

4. La función f está definida para todos los números reales excepto en $x = -1$



¿Cuál es una estimación razonable para $\lim_{x \to -1} f(x)$

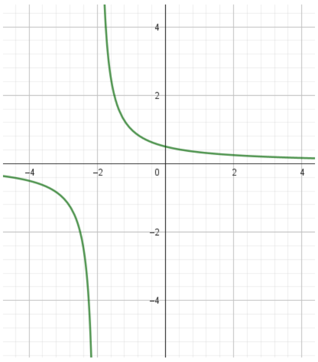
A) -1.1

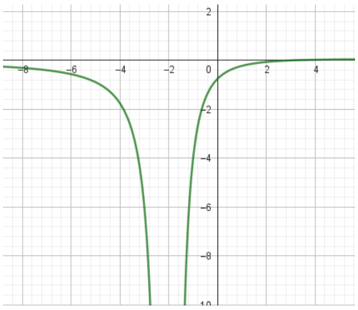
B) -1.2

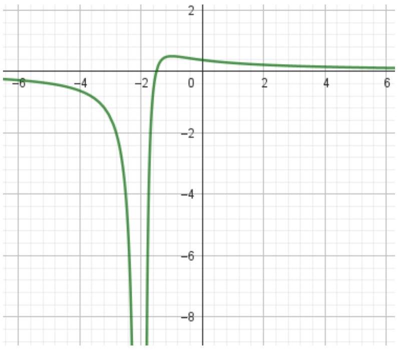
C) -1

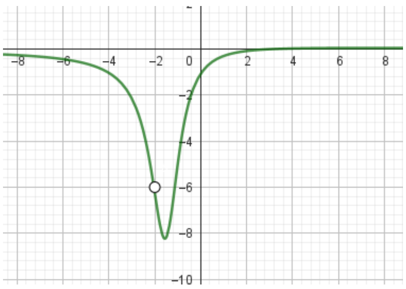
D) El límite no existe

5. Determinar la gráfica de la función $f(x) = \frac{x-3}{x^2+4x+4}$

A) 

B) 

C) 

D) 

6. Hallar el límite de la siguiente función, cuando $\lim_{x \to 2} f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2 \\ -x^2 + 3, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

A) -1

B) 6

C) 0

D) El límite no existe

7. Determinar $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(x)}{x}$

A) 1

B) 0

C) π

D) El límite no existe

8. Utilizando propiedades de los límites, cuál es el valor del $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x) + \tan(x)}{x}$

A) 0

B) 1

C) 2

D) -1

Apéndice B. Post Test aprendizaje de los Límites de una función real

A. INDICACIONES:

La finalidad de este instrumento es conocer el rendimiento académico de los estudiantes que cursan la asignatura de Cálculo Diferencial en la carrera de Pedagogía de las Ciencias experimentales Matemáticas y Física, lo cual servirá de insumo para la elaboración del estudio denominado: **Uso de los simuladores matemáticos y su incidencia en el aprendizaje de los límites de una función real.** Por favor responda a todos los ítems, sus respuestas serán confidenciales y anónimas.

Al aceptar esta cláusula de consentimiento, usted confirma su voluntad de participar en este trabajo de investigación. Este documento asegura que ha sido debidamente informado sobre los objetivos, procedimientos, beneficios y posibles riesgos asociados con el estudio. Asimismo, se le garantiza que su participación es completamente voluntaria. Toda la información que proporcione será tratada con estricta confidencialidad y utilizada exclusivamente para fines de esta investigación, asegurando su privacidad conforme a la normativa vigente. Al firmar, usted también reconoce que ha tenido la oportunidad de hacer preguntas y recibir respuestas satisfactorias antes de otorgar su consentimiento.

Esta usted de acuerdo en participar

SI: _____ NO: ______

B. TIPO DE PREGUNTA: CUESTIONAMIENTO DIRECTO.

1. ¿Qué representa el concepto de límite en el cálculo?

A) El valor máximo que puede alcanzar una función.

B) El valor al que se acerca una función a medida que la variable independiente se acerca a un cierto valor.

C) El valor mínimo que puede alcanzar una función.

D) El punto donde una función cambia de concavidad.

2. ¿Qué tipo de discontinuidad presenta una función en un punto donde su límite no existe?

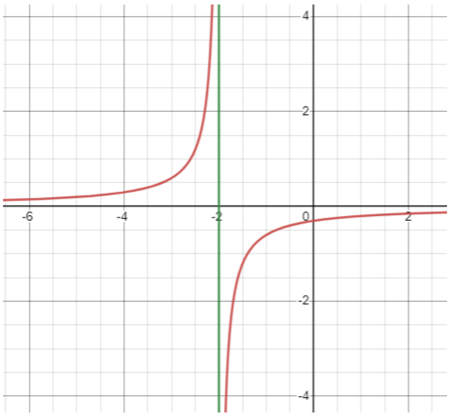
A) Discontinuidad removible.

B) Discontinuidad infinita.

C) Discontinuidad de salto.

D) Discontinuidad asintótica.

3. La función f está definida para todos los números reales excepto en $x = -2$



¿Cuál es una estimación razonable para $\lim_{x \to -2} f(x)$

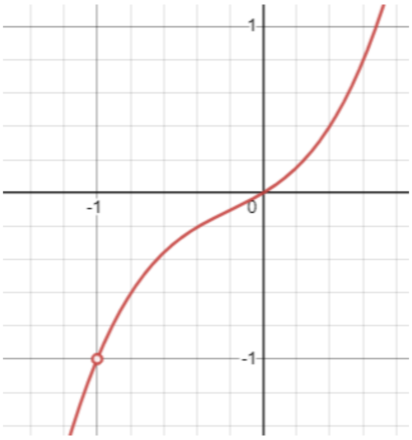
A) -3

B) 1

C) 0

D) El límite no existe

4. La función f está definida para todos los números reales excepto en $x = -1$



¿Cuál es una estimación razonable para $\lim_{x \to -1} f(x)$

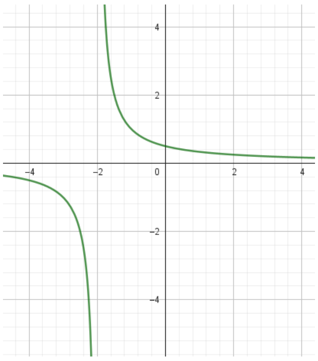
A) -1.1

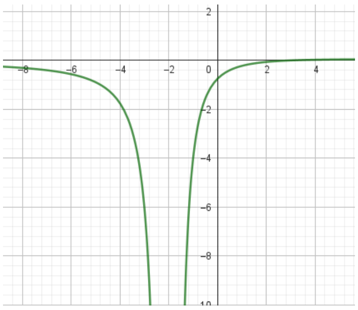
B) -1.2

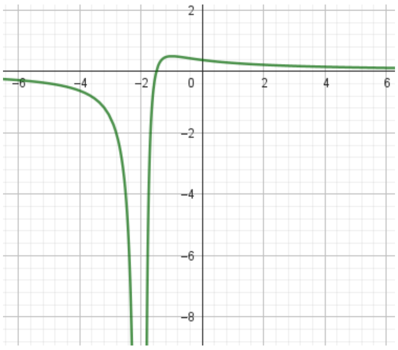
C) -1

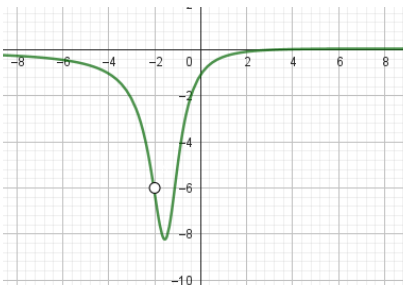
D) El límite no existe

5. Determinar la gráfica de la función $f(x) = \frac{x-3}{x^2+4x+4}$

A) 

B) 

C) 

D) 

6. Hallar el límite de la siguiente función, cuando $\lim_{x \to 2} f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2 \\ -x^2 + 3, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

A) -1

B) 6

C) 0

D) El límite no existe

7. Determinar $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos(x)}{x}$

A) 1

B) 0

C) π

D) El límite no existe

8. Utilizando propiedades de los límites, cuál es el valor del $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)+\tan(x)}{x}$

A) 0

B) 1

C) 2

D) -1

Apéndice C. Tabla Propiedades de los Límites

Límite de	Expresión
Una constante	$\lim_{x \to c} k = k$
La función identidad	$\lim_{x \to c} x = c$
El producto de una función y una constante	$\lim_{x \to c} kf(x) = k \lim_{x \to c} f(x)$
Una suma	$\lim_{x \to c} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \to c} f(x) + \lim_{x \to c} g(x)$
Una resta	$\lim_{x \to c} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \to c} f(x) - \lim_{x \to c} g(x)$
Un producto	$\lim_{x \to c} (f(x)g(x)) = \lim_{x \to c} f(x) \cdot \lim_{x \to c} g(x)$
Un cociente	$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to c} f(x)}{\lim_{x \to c} g(x)}$ si $\lim_{x \to c} g(x) \neq 0,$
Una potencia	$\lim_{x \to c} f(x)^{g(x)} = \lim_{x \to c} f(x)^{\lim_{x \to c} g(x)}$ si $f(x) > 0$
Un logaritmo	$\lim_{x \to c} \log f(x) = \log \lim_{x \to c} f(x)$
El número e	$\lim_{x \to 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x} = e$
Función f(x) acotada y g(x) infinitesimal	$\lim_{x \to c} (f(x) \cdot g(x)) = 0.$

Apéndice D. Actividad desarrollada con los simuladores matemáticos: Wolfram Alpha, GeoGebra, Symbolab y Derive.

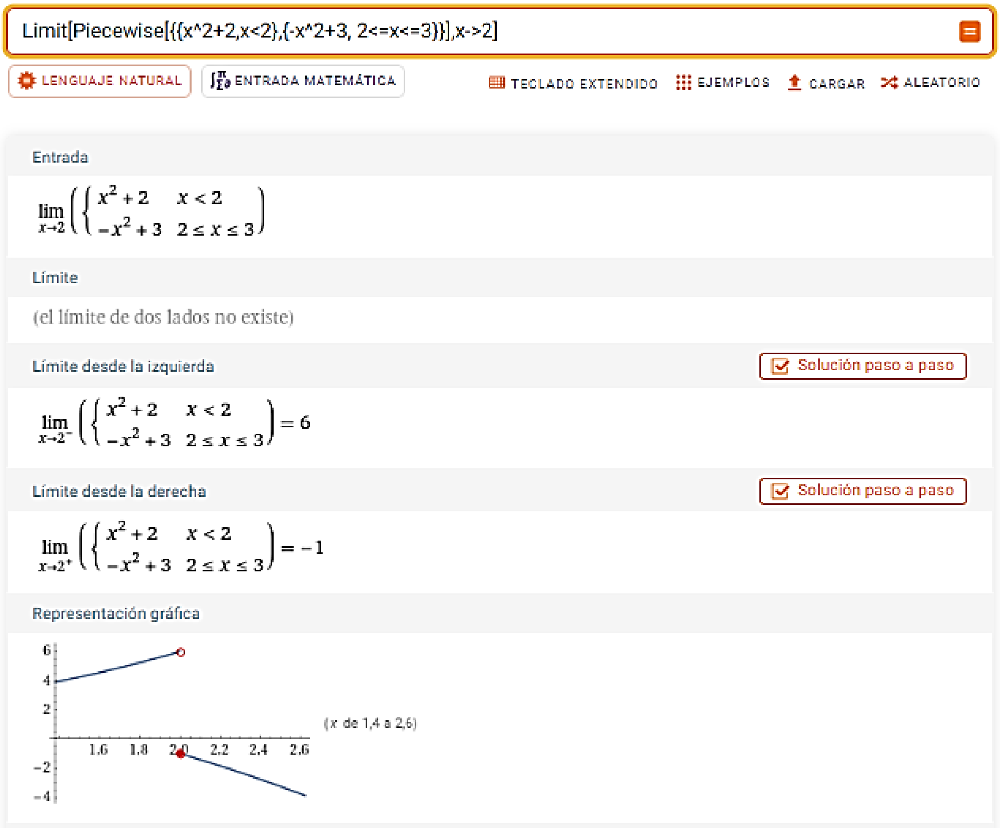
Actividad 1; con el simulador Wolfram Alpha

Hallar el límite de la siguiente función, cuando $\lim_{x \to 2} f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2 \\ -x^2 + 3, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Figura 8

Solución en Simulador Wolfran Alpha



Fuente: Elaboración propia

Ventajas del simulador matemático Wolfram Alpha:

- Es accesible en línea y está disponible en varios dispositivos.
- Se actualiza constantemente con nuevas características y funcionalidades.
- Es un simulador matemático muy completo.

Desventajas del simulador matemático Wolfram Alpha:

- Saber el lenguaje de programación de Wolfram
- Dependencia de la conexión a internet.
- Cuenta con una versión Pro que tiene un costo mensual o anual.

Actividad 2; con el simulador GeoGebra

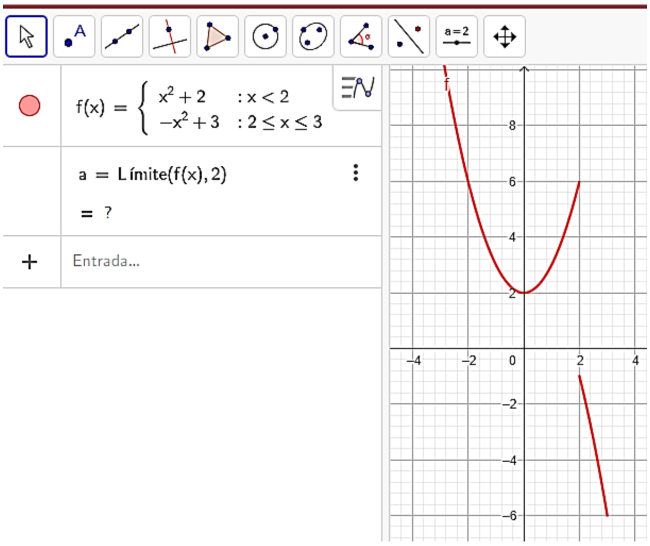
Hallar el límite de la siguiente función, cuando $\lim_{x \to 2} f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2 \\ -x^2 + 3, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Solución con el simulador GeoGebra:

Figura 9

Límites con GeoGebra



Fuente: Elaboración propia

Ventajas del simulador matemático GeoGebra:

- Facilidad de uso lo que permite a estudiantes y profesores utilizarlo sin dificultad
- Está disponible de forma gratuita para usuarios individuales
- Se integra fácilmente con otras herramientas y software relacionados con matemáticas y ciencias

Desventajas del simulador matemático GeoGebra:

- Limitaciones en términos de operaciones más avanzadas y cálculos complejos
- Algunas de sus funciones y características requieren una conexión a internet

Actividad 3; con el simulador Derive

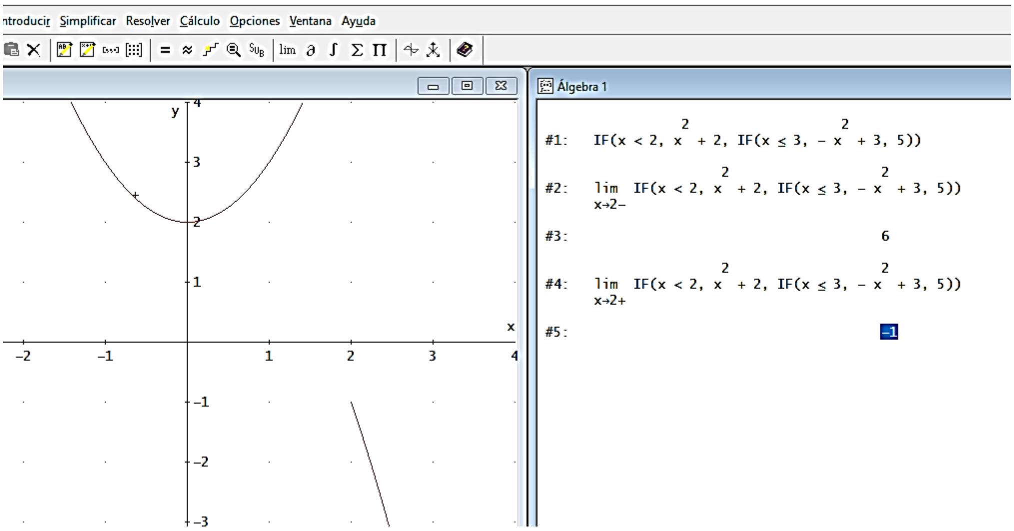
Hallar el límite de la siguiente función, cuando $\lim_{x \to 2} f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2 \\ -x^2 + 3, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Solución con el simulador Derive:

Figura 10

Límites con Derive



Fuente: Elaboración propia

Ventajas del simulador matemático Derive:

- Genera gráficos precisos y detallados de las funciones matemáticas
- Resuelve problemas matemáticos paso a paso

Desventajas del simulador matemático Derive:

- Limitado en cálculos avanzados no obtuvo la derivación implícita
- Requiere un tiempo de aprendizaje inicial para poder utilizarlo correctamente.
- La interfaz puede resultar complicada de manejar para usuarios no familiarizados con el software

Actividad 4; con el simulador Symbolab

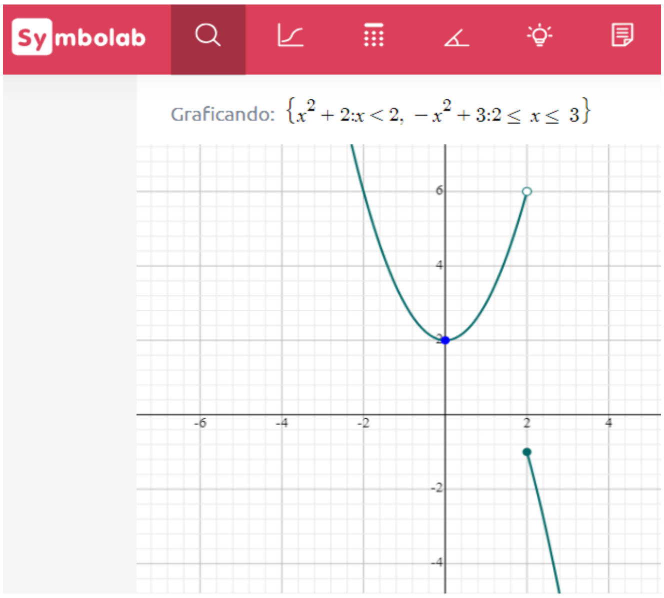
Hallar el límite de la siguiente función, cuando $\lim_{x \to 2} f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 2 \\ -x^2 + 3, & 2 \le x \le 3 \end{cases}$$

Solución con el simulador Symbolab:

Figura 11

Límites con Symbolab



Fuente: Elaboración propia

Ventajas del simulador matemático Symbolab:

- Ofrece una amplia variedad de funciones matemáticas
- permite a los usuarios encontrar soluciones a problemas matemáticos de manera instantánea
- Cubre otros temas relacionados, como física y química
- Proporciona pasos detallados para resolver problemas

Desventajas del simulador matemático Symbolab:

- Limitaciones en la versión gratuita
- Falta de explicaciones detalladas

Apéndice E. Registro fotográfico.