



**UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA**

*La Universidad Católica de Loja*

**FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, EDUCACIÓN Y  
HUMANIDADES**

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MENCIÓN ENSEÑANZA DE LA  
MATEMÁTICA**

**Incidencia del uso de GeoGebra en la comprensión de  
las integrales definidas en los estudiantes de Tercero de  
Bachillerato**

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de:

**MAGÍSTER EN EDUCACIÓN MENCIÓN EN ENSEÑANZA DE  
LA MATEMÁTICA**

**Autor:** Tierra Condo, Hermelinda

**Director:** Chavin Ayala, Marco Antonio

SANTO DOMINGO

2023



*Esta versión digital, ha sido acreditada bajo la licencia Creative Commons 4.0, CC BY-NY-SA: Reconocimiento-No comercial-Compartir igual; la cual permite copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra, mientras se reconozca la autoría original, no se utilice con fines comerciales y se permiten obras derivadas, siempre que mantenga la misma licencia al ser divulgada. <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es>*

2023

**Aprobación del trabajo de titulación por parte del director**

Santo Domingo, 21 de septiembre de 2023

Doctor,

José Ramón Delgado Fernández

Director de la maestría en Educación, mención Enseñanza de la Matemática

Ciudad. -

De mi consideración:

Me permito comunicar que, en calidad de director del presente Trabajo de Titulación denominado: INCIDENCIA DEL USO DE GEOGEBRA EN LA COMPRESIÓN DE LAS INTEGRALES DEFINIDAS EN LOS ESTUDIANTES DE TERCERO DE BACHILLERATO realizado por Hermelinda Tierra Condo, ha sido orientado y revisado durante su ejecución, así mismo ha sido verificado a través de la herramienta de similitud académica institucional, y cuenta con un porcentaje de coincidencia aceptable. En virtud de ello, y por considerar que el mismo cumple con todos los parámetros establecidos por la Universidad, doy mi aprobación a fin de continuar con el proceso académico correspondiente.

Particular que comunico para los fines pertinentes.

Atentamente,

Director: Mgtr. Marco Antonio Ayala Chauvin

CI. 1103320865

### **Declaración de autoría y sesión de derechos**

Yo, Hermelinda Tierra Condo, declaro y acepto en forma expresa lo siguiente:

Ser autor (a) del Trabajo de Titulación denominado: INCIDENCIA DEL USO DE GEOGEBRA EN LA COMPRESIÓN DE LAS INTEGRALES DEFINIDAS EN LOS ESTUDIANTES DE TERCERO DE BACHILLERATO, de la maestría en Educación, mención Enseñanza de la Matemática. Siendo Marco Antonio Ayala Chauvin director del presente trabajo; también declaro que la presente investigación no vulnera derechos de terceros ni utiliza fraudulentamente obras preexistentes. Además, ratifico que las ideas, criterios, opiniones, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de mi exclusiva responsabilidad. Eximo expresamente a la Universidad Técnica Particular de Loja y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones judiciales o administrativas, en relación con la propiedad intelectual de este trabajo.

Que la presente obra, producto de mis actividades académicas y de investigación, forma parte del patrimonio de la Universidad Técnica Particular de Loja, de conformidad con el artículo 20, literal j), de la Ley Orgánica de Educación Superior; y, artículo 91 del Estatuto Orgánico de la UTPL, que establece: “Forman parte del patrimonio de la Universidad la propiedad intelectual de investigaciones, trabajos científicos o técnicos y tesis de grado que se realicen a través, o con el apoyo financiero, académico o institucional (operativo) de la Universidad”, en tal virtud, cedo a favor de la Universidad Técnica Particular de Loja la titularidad de los derechos patrimoniales que me corresponden en calidad de autor/a, de forma incondicional, completa, exclusiva y por todo el tiempo de su vigencia. La Universidad Técnica Particular de Loja queda facultada para ingresar el presente trabajo al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública, en cumplimiento del artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Autor: Hermelinda Tierra Condo  
C.I.: 1803684388  
Correo electrónico: [htierra@utpl.edu.ec](mailto:htierra@utpl.edu.ec)

### **Dedicatoria**

Dedico este trabajo al Dador de todo cuanto existe, quien me rodeó de las personas adecuadas que contribuyeron en gran medida a la culminación de esta tesis. Sin su apoyo incondicional, no lo hubiese logrado.

### **Agradecimiento**

Al llegar a la culminación de este proyecto y reflexionar sobre lo desafiante que fue en algunos momentos, solo puedo expresar mi más sincero agradecimiento. Agradezco a Dios por haberme brindado la oportunidad de vivir esta gratificante experiencia, la cual ha significado un avance importante en mi carrera profesional. También quiero expresar mi profundo agradecimiento a mi tutor, cuya paciencia y dedicación fueron invaluable para el desarrollo de este trabajo. Finalmente agradezco a mi familia y a mi esposo, cuyas palabras de aliento llenaron mi corazón de valor y coraje, impulsándome a seguir adelante.

## Índice de contenido

<i>Carátula</i> .....	<i>I</i>
<i>Aprobación del trabajo de titulación por parte del director</i> .....	<i>II</i>
<i>Declaración de autoría y sesión de derechos</i> .....	<i>III</i>
<i>Dedicatoria</i> .....	<i>IV</i>
<i>Agradecimiento</i> .....	<i>V</i>
<i>Índice de contenido</i> .....	<i>VI</i>
<i>Índice de tablas</i> .....	<i>IX</i>
<i>Índice de figuras</i> .....	<i>IX</i>
<i>Resumen</i> .....	<i>1</i>
<i>Abstract</i> .....	<i>2</i>
<i>Introducción</i> .....	<i>3</i>
<i>Capítulo uno</i> .....	<i>5</i>
<i>El problema</i> .....	<i>5</i>
<b>1.1</b> <b>Planteamiento del Problema</b> .....	<b>5</b>
<b>1.2</b> <b>Pregunta de investigación</b> .....	<b>7</b>
<b>1.3</b> <b>Objetivos</b> .....	<b>7</b>
<b>1.3.1</b> <i>Objetivo General:</i> .....	<b>7</b>
<b>1.3.2</b> <i>Objetivos Específicos:</i> .....	<b>7</b>
<b>1.4</b> <b>Justificación</b> .....	<b>8</b>
<b>1.5</b> <b>Hipótesis</b> .....	<b>8</b>
<i>Capítulo dos</i> .....	<i>9</i>
<i>Marco teórico</i> .....	<i>9</i>
<b>2.1</b> <b>Antecedentes</b> .....	<b>9</b>
<b>2.1.1</b> <i>Antecedente internacional</i> .....	<b>9</b>
<b>2.1.2</b> <i>Antecedente nacional</i> .....	<b>11</b>
<b>2.2</b> <b>Software Educativo GeoGebra</b> .....	<b>12</b>
<b>2.2.1</b> <i>Características de GeoGebra</i> .....	<b>13</b>
<b>2.2.2</b> <i>Uso de GeoGebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas</i> .....	<b>15</b>
<b>2.3</b> <b>Enseñanza y aprendizaje de la Integral definida</b> .....	<b>17</b>

2.3.1	<i>Deficiencia en el aprendizaje del concepto de Integral</i> .....	17
2.3.2	<i>Dificultades en la enseñanza y aprendizaje del teorema fundamental del cálculo</i> .....	18
2.3.3	<i>Técnica de enseñanza para la mayor comprensión de las integrales definidas</i> 19	
2.3.4	<i>Secuencia didáctica usando el modelo de Van Hiele</i> .....	23
2.3.5	<i>El desafío de incorporar la plataforma en una secuencia didáctica.</i> .....	25
2.4	<i>Técnicas de estudio para Integral Definida</i> .....	32
2.4.1	<i>Técnica #1. Pomodoro</i> .....	33
2.4.2	<i>Técnica #2. Crear bloques</i> .....	34
2.5	<i>Variables de estudio</i> .....	36
2.5.1	<i>Identificación de variables</i> .....	36
2.5.2	<i>Operacionalización conceptual de las variables</i> .....	36
	<i>Capítulo tres</i> .....	39
	<i>Metodología de la Investigación</i> .....	39
3.1	<i>Paradigma de Investigación</i> .....	39
3.2	<i>Tipo de Investigación</i> .....	40
3.3	<i>Tipo de Diseño</i> .....	41
3.4	<i>Alcance de la investigación</i> .....	42
3.5	<i>Población y muestra</i> .....	43
3.6	<i>Técnicas e Instrumentos de recolección de datos</i> .....	43
3.7	<i>Procesamiento de la información</i> .....	48
3.8	<i>Recolección de datos</i> .....	49
3.9	<i>Desarrollo de la metodología didáctica</i> .....	49
	<i>Capítulo cuatro</i> .....	51
	<i>Resultados</i> .....	51
4.1	<i>Sistematización de datos</i> .....	51
4.2	<i>Análisis de los datos (SPSS)</i> .....	51
4.3	<i>Presentación de los resultados I</i> .....	52
4.4	<i>Presentación de los resultados II</i> .....	53
4.5	<i>Presentación de los resultados III</i> .....	54
	<i>Conclusiones</i> .....	62
	<i>Recomendaciones</i> .....	64

**Referencias** ..... **65**

**Anexos** ..... **71**

### Índice de tablas

Tabla 1 Secuencia didáctica .....	26
Tabla 2 Operacionalización de variables -variable dependientes .....	37
Tabla 3 Operacionalización de variables -variable independiente .....	38
Tabla 4 Resumen del diseño de estudio.....	41
Tabla 5 Desarrollo de la metodología didáctica .....	49
Tabla 6 Prueba de normalidad.....	51
Tabla 7 Estadísticos de grupo .....	52
Tabla 8 Pruebas de muestras independientes.....	53

### Índice de figuras

Figura 1 Plataforma GeoGebra .....	14
Figura 2 Actividad de despertar cognitivo .....	28
Figura 3 Solución de la actividad anterior.....	28
Figura 4 Grado de frecuencia en el uso de GeoGebra.....	54
Figura 5 Tiempo de uso de GeoGebra en horas.....	56
Figura 6 Nivel de satisfacción al usar GeoGebra .....	57
Figura 7 Percepción del grado de comprensión.....	58
Figura 8 Nivel de recomendación para el uso de GeoGebra.....	60

## Resumen

La investigación se enfocó en evaluar el impacto del uso de GeoGebra en la comprensión de las integrales definidas por estudiantes de Bachillerato. Se desarrolló una secuencia didáctica basada en el Modelo de Van Hiele, utilizando GeoGebra como herramienta educativa. Se llevó a cabo una comparación del desempeño entre dos grupos de estudiantes: uno que empleó GeoGebra y otro que no.

La secuencia didáctica permitió que los estudiantes exploraran y adquirieran conocimientos sobre la integración definida a través de representaciones gráficas dinámicas en GeoGebra. Se subrayó la importancia del dominio de las TIC por parte de los docentes para una implementación exitosa.

Los resultados demostraron que el uso de GeoGebra tuvo un impacto significativamente positivo en el rendimiento de los estudiantes, manifestándose en una mayor comprensión del concepto matemático y un rendimiento académico superior en comparación con aquellos que no utilizaron la herramienta. Estos hallazgos respaldan la relevancia de la tecnología educativa en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

*Palabras clave: GeoGebra, Integración definida, secuencia didáctica.*

### **Abstract**

The research focused on evaluating the impact of using GeoGebra on the understanding of definite integrals by high school students. A didactic sequence based on the Van Hiele Model was developed, using GeoGebra as an educational tool. A performance comparison was conducted between two groups of students: one that utilized GeoGebra and another that did not. The didactic sequence allowed students to explore and acquire knowledge about definite integration through dynamic graphical representations in GeoGebra. Emphasis was placed on the importance of teachers' proficiency in ICT (Information and Communication Technology) for successful implementation. The results demonstrated that the use of GeoGebra had a significantly positive impact on students' performance, leading to a better understanding of the mathematical concept and higher academic achievement compared to those who did not use the tool. These findings underscore the relevance of educational technology in the teaching and learning process.

Keywords: GeoGebra, Definite integration, Didactic sequence.

## Introducción

En esta investigación nos enfocamos en los estudiantes de bachillerato de los últimos años de educación secundaria, quienes enfrentan significativas dificultades en la comprensión de las integrales definidas. Estas deficiencias de conocimiento pueden acentuarse aún más en los primeros años de sus carreras universitarias, especialmente en el ámbito de las ingenierías.

Además, surgen nuevas alternativas tecnológicas que ofrecen soluciones a estos problemas de comprensión, como los softwares especializados en matemáticas que abordan las carencias en cuanto a visualización y modelación de conceptos matemáticos. En este contexto, surge la idea de investigar el impacto del uso de la representación gráfica dinámica en la enseñanza de la integral definida, mediada por GeoGebra. Para abordar esta cuestión, planteamos la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es la incidencia del uso de la representación gráfica dinámica en la enseñanza de la integral definida, mediada por GeoGebra, en el rendimiento académico?

Es importante destacar que este tema ha sido objeto de estudio por parte de otros investigadores, y se han logrado resultados positivos de manera efectiva. Sin embargo, nuestra investigación se centra específicamente en cómo adaptar las actividades de GeoGebra mediante una metodología adecuada y bien dirigida. Uno de nuestros objetivos principales para evaluar la efectividad de GeoGebra es diseñar una secuencia didáctica para una experiencia de enseñanza-aprendizaje sobre el uso de GeoGebra en el estudio de la integral definida. En esta investigación, nuestra secuencia didáctica se ha elaborado siguiendo el diseño de Van Hiele, lo cual ha arrojado resultados muy satisfactorios, ya que este enfoque se complementa con la teoría del aprendizaje significativo, que sirve de base para nuestro diseño y que incluye actividades que utilizan GeoGebra.

Una vez completada esta primera fase de la investigación, nuestro segundo objetivo es analizar el rendimiento académico de los estudiantes antes y después de la implementación del programa GeoGebra en la enseñanza de la integral definida. Finalmente,

se llevará a cabo una encuesta de satisfacción entre los estudiantes del tercer año de bachillerato.

Esta investigación se basa en un enfoque cuantitativo y se desarrolla bajo un diseño cuasiexperimental con alcance correlacional y descriptivo. Mediante el uso de pruebas objetivas aplicadas antes y después de la intervención con GeoGebra al grupo experimental se compararán sus rendimientos académicos con el grupo de control. Las diferencias encontradas se medirán mediante pruebas estadísticas para verificar la significancia de cualquier mejora obtenida. El tercer objetivo se alcanzará mediante la elaboración de una encuesta con preguntas en escala Likert para evaluar las impresiones de los estudiantes que utilizaron la herramienta tecnológica GeoGebra.

La estructura de la tesis se divide en varios apartados. Comienza con la presentación del problema respaldado por investigaciones previas. Luego, se desarrolla el marco teórico, donde se presenta la secuencia didáctica que se implementará. La metodología es una parte esencial de la investigación, seguida del análisis de los resultados, a partir de los cuales se obtendrán conclusiones que se podrán comprobar.

En resumen, este estudio aborda la efectividad de las herramientas tecnológicas en la educación y promueve la incorporación de GeoGebra en la planificación de la enseñanza de temas matemáticos, lo que dinamiza los conceptos matemáticos y mejora la comprensión, lo que a su vez se traduce en un significativo aumento en el rendimiento académico de los estudiantes.

## Capítulo uno

### El problema

#### 1.1 Planteamiento del Problema

La situación actual muestra que los estudiantes de Bachillerato presentan grandes dificultades en la aprobación de la materia de Cálculo Integral en los primeros semestres de las carreras universitarias. Castillo, Gamboa e Hidalgo (2020) señalan que el principal problema del curso de Matemática General es la deserción y, en segundo lugar, la reprobación, lo que genera desmotivación en los futuros postulantes de las carreras.

Es oportuno mencionar algunos de los factores que inciden en que los estudiantes adopten estrategias de aprendizaje pasivas y superficiales, lo que resulta en una adquisición mínima o nula de conocimiento.

David Ausubel, en su teoría del aprendizaje significativo, habla de la importancia de recuperar en el estudiante los preconceptos, las ideas previas, las imágenes existentes y sus saberes previos para lograr conectar con las nuevas ideas. Esto sugiere que la poca comprensión es el resultado de un aprendizaje memorístico.

Dentro de las carreras universitarias relacionadas con la ingeniería, Santamaría (2021) manifiesta que es común que algunos estudiantes que inician sus estudios presenten ciertos problemas para comprender los conceptos matemáticos que involucran temas relacionados con el cálculo diferencial e integral. Del Río (2016) señala que "los alumnos universitarios deben atravesar grandes dificultades al pasar del estudio del Cálculo en una variable al estudio del Cálculo en dos o más variables" (p. 2).

Ramdani (2018) afirma que la comprensión de las integrales por parte de los estudiantes todavía está en una categoría baja a pesar de que las integrales se aplican ampliamente en la vida.

Por otro lado, Daza y Garza (2018) destacan que, durante conversaciones exploratorias con algunos estudiantes de bachillerato, estos percibieron la materia de Cálculo Diferencial e Integral como muy compleja por su nivel de abstracción, pero a su vez, la

consideraron como una de las más importantes del bachillerato debido a que es una de las más difíciles de aprobar.

Otra situación notable es la falta de motivación en los estudiantes, en la asignatura de Matemáticas según Jiménez García y Jiménez Izquierdo (2017), la llaman "matefobia".

En lo que se refiere al cálculo integral, es claro que la falta de un registro visual adecuado de conceptos y resultados, acompañado de dificultades en la comprensión de las nociones esenciales, tales como función, límites y derivada, dificultan el proceso de aprendizaje. Planell y Trigueros (2021) muestran la necesidad de introducir a los estudiantes en la geometría del espacio tridimensional, la importancia del uso de gráficos y representaciones geométricas, y del trabajo minucioso de funciones antes de introducir otros temas de cálculo.

Adicionalmente, Abascal y López (2017) exponen que es importante "seguir cultivando el gusto por aprender a aprender a través de la incorporación de nuevas herramientas tecnológicas acordes a las nuevas generaciones de alumnos y al contexto actual de información y transformación social" (p. 64).

Por ende, el aprovechamiento de las Tics se convierte en un poderoso recurso didáctico, que si se utiliza adecuadamente puede ayudar a comprender contenidos y resolver problemas a través de sus representaciones gráficas.

De continuar así las dificultades en el aprendizaje del cálculo integral, siendo que el cálculo se empieza a estudiar en nivel bachillerato, Napfiah (2021) nos dice que todavía hay muchos estudiantes que cometen errores básicos al resolver problemas integrales; como resultado obtenemos la preparación deficiente del estudiante de nuevo ingreso a las universidades.

La falta de comprensión en el tema puede ser un factor relevante que incide en la repitencia y la deserción de la materia debido a sus bajos rendimientos relacionados con limitaciones en el aprendizaje.

Al implementar la utilización de herramientas digitales como los softwares matemáticos, en este caso, el uso de GeoGebra, el cual permitirá que el estudiante pueda visualizar con la ayuda de la geometría dimensional el verdadero concepto y significado de una integral. Una vez que el estudiante entienda de manera clara, estará en capacidad de discernir los posibles campos de aplicación, ya sea en el campo de las ingenierías o en el desarrollo de tecnologías.

El docente debe reestructurar la planificación educativa y gestionar el uso de las tecnologías en las aulas, aprovechando el hecho de que contamos con dispositivos más pequeños y la ventaja de tratarse de una herramienta digital de uso libre, lo que le permite ser accesible para todos.

## **1.2 Pregunta de investigación**

¿Cuál es la incidencia del uso de la representación gráfica dinámica en la enseñanza de la integral definida mediada por GeoGebra en el rendimiento académico?

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo General:**

- Establecer la incidencia del uso de GeoGebra en la comprensión de las integrales definidas en los estudiantes de Bachillerato.

### **1.3.2 Objetivos Específicos:**

- Diseñar una secuencia didáctica para una experiencia de enseñanza-aprendizaje sobre el uso de GeoGebra en el estudio de la integral definida.
- Analizar el rendimiento académico antes y después de la implementación del programa GeoGebra para la enseñanza de la integral definida.
- Aplicar una encuesta de satisfacción a los estudiantes del Tercer año de Bachillerato de la Unidad Educativa Particular Adventista Santo Domingo sobre el uso de la plataforma GeoGebra.

#### **1.4 Justificación**

El estudio de esta problemática reviste relevancia, ya que permitirá la aplicación de la plataforma tecnológica GeoGebra para dinamizar y fortalecer el aprendizaje del Cálculo Integral en los estudiantes del último año de Bachillerato.

En este contexto, Santamaría (2021) destaca que, mediante una planificación adecuada por parte del docente y el uso correcto del software, cualquier estudiante, independientemente de su nivel, puede superar significativamente los obstáculos que se presentan al realizar gráficas en 2D o 3D utilizando medios tradicionales como lápiz y papel. Esto tiene como objetivo proporcionar modelos visuales que respalden el razonamiento matemático y la capacidad para la resolución de problemas.

Por otro lado, este trabajo se fundamenta en la revisión de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y la teoría de los enfoques multimodales de Muller, con el propósito de comprender cómo los estudiantes construyen nuevos conocimientos a través de un pensamiento activo.

Guillén y Lezcano (2021) afirman que GeoGebra es uno de los softwares matemáticos más utilizados en el ámbito educativo a nivel mundial, además de ser libre y portable. El uso de esta herramienta permite a los estudiantes realizar construcciones dirigidas o abiertas de resolución o de investigación desde su computadora, tableta o teléfono inteligente.

En este contexto, la presente investigación llevará a los docentes a reflexionar y evaluar la inserción de este recurso tecnológico en el aula, mediante la secuencia didáctica diseñada, con el fin de determinar el alcance de las posibles implicaciones que podría generar la implementación de esta herramienta en futuras investigaciones sobre la enseñanza de las matemáticas.

#### **1.5 Hipótesis**

GeoGebra incide en el rendimiento de los estudiantes de Tercero de Bachillerato en el estudio de integración definida.

## Capítulo dos

### Marco teórico

#### 2.1 Antecedentes

Los antecedentes que se presentan a continuación nos proporcionan un fundamento teórico sobre la importancia de integrar GeoGebra como un recurso didáctico para mejorar la comprensión de las integrales definidas.

Además, se analizan los resultados de una serie de investigaciones y se consideran los aportes que serán utilizados en este proyecto de investigación.

##### 2.1.1 Antecedente internacional

Aguilar, J. (2019) sustentó la tesis titulada "Estrategias metodológicas basadas en acción proceso objeto esquema y comprensión de la integral definida en estudiantes de los colegios de alto rendimiento" para obtener el grado de Doctor en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Perú. La investigación realizada a nivel superior tenía como objetivo demostrar la influencia de la aplicación de estrategias metodológicas basadas en acción proceso objeto esquema en la comprensión de la integral definida en estudiantes del 5to grado de secundaria de los Colegios de Alto Rendimiento (Aguilar, 2019, p. 36). Para ello, formuló la siguiente hipótesis: "La aplicación de estrategias metodológicas basadas en acción proceso objeto esquema mejora la dimensión comunica y representa, en los estudiantes del 5to grado de secundaria de los Colegios de Alto Rendimiento" (Aguilar, 2019, p. 36).

En las conclusiones, se comprobó que la aplicación de las estrategias metodológicas basadas en acción proceso objeto esquema mejoró el aprendizaje de la integral definida. La mayoría de la población estudiada alcanzó un nivel de logro en proceso con un incremento de 2,72 entre los promedios académicos del pre y pos test (Aguilar, 2019).

En agosto de 2021, en Etiopía, se presentó en la University of South Africa (UNISA) la tesis doctoral en Educación de las Matemáticas denominada "The Use and Effect of GeoGebra Software in Calculus at Wachemo University, Ethiopia: An Investigation". El

objetivo fue investigar el efecto de GeoGebra en estudiantes universitarios que aprenden cálculo. Se realizó una investigación bibliográfica y un estudio de campo. El estudio incluyó un pretest y post-test para evaluar el rendimiento de los estudiantes con un enfoque cuantitativo. El alcance de la investigación es correlacional. Se observó una mejora en el rendimiento de los estudiantes que puede atribuirse a las amplias oportunidades de aprendizaje que obtuvieron mediante el uso de GeoGebra. El principal aporte que se tiene en cuenta para nuestra investigación es el diseño del plan de lección y la elaboración de la encuesta para el grupo experimental (Tesis doctoral en Educación de las Matemáticas, 2021).

La autora afirma que, tras la aplicación del software GeoGebra, los alumnos cambiaron su actitud y aumentó la motivación, lo que se convirtió en un mecanismo para desvincular la idea de que las Matemáticas son aburridas. Esta investigación contribuye significativamente a nuestro proyecto de innovación, ya que se observa que la aplicación de GeoGebra y otros recursos tecnológicos genera motivación en los alumnos.

Santamaría, B. (2021) presentó su artículo científico titulado "GeoGebra 2D y 3D como recurso didáctico en un curso de integración múltiple: una experiencia de enseñanza-aprendizaje", realizado en la Sede Occidental de la Universidad de Costa Rica. Su finalidad fue exponer los resultados obtenidos al usar el software educativo en las clases y actividades de un grupo del curso Principios de Análisis I. Llegó a la conclusión de que el uso de GeoGebra promueve la motivación y la comprensión en el estudio de los temas de integración. Además, destacó que aunque el recurso didáctico permite mejorar el razonamiento matemático y la capacidad para la resolución de problemas, no resuelve de forma definitiva los problemas de enseñanza-aprendizaje asociados a los temas de integración. La información más relevante para nuestra investigación es el desarrollo de la secuencia de actividades propuesta por el autor para llevar a cabo los talleres en clase (Santamaría, 2021).

Estévez (2021), en su investigación titulada "El análisis didáctico de una secuencia de actividades con GeoGebra como software de geometría dinámica en el marco de un dispositivo de formación docente continua", contribuye a nuestro proyecto de investigación al explicar la importancia de la geometría dinámica como componente de un nuevo sistema de representación de objetos geométricos. El autor presenta varias alternativas de actividades para realizar en el aula mediante la interacción con el software educativo (Estévez, 2021).

### **2.1.2 Antecedente nacional**

Guachún, Rojas y Rojas (2021) presentaron un artículo científico titulado "El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de la Integral definida: Una propuesta didáctica". En este estudio, se exhiben los resultados obtenidos con estudiantes de la asignatura de Matemáticas del tercer año del Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Presidente Jaime Roldós en el cantón La Troncal, Ecuador. La metodología empleada fue de naturaleza cuantitativa con un enfoque descriptivo. Las variables analizadas en el artículo incluyen la motivación, que se midió mediante una encuesta de satisfacción adaptada de una tesis doctoral, y el conocimiento adquirido, evaluado mediante una prueba que contenía ejercicios planteados.

Los autores concluyen que la utilización del software GeoGebra resulta sumamente beneficiosa, ya que genera un impacto positivo en los estudiantes y despierta su interés por aprender. Esto permite que los estudiantes de bajo rendimiento alcancen al menos los conocimientos mínimos necesarios, mientras que los alumnos con un mejor desempeño tienen la oportunidad de aprender de manera más efectiva y rápida (Guachún, Rojas y Rojas, 2021).

En su investigación, Acaro, O. (2021), en su trabajo de titulación titulado "El GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas en el Colegio Nacional Andrés Bello" en la ciudad de Quito, propone una propuesta de capacitación docente que aplica GeoGebra. Este trabajo resalta los beneficios que ofrece esta herramienta tecnológica y subraya la importancia de que los docentes estén a la vanguardia en el manejo de las nuevas tecnologías. Además,

esta investigación nos brinda valiosa información para el desarrollo de nuestro marco teórico, específicamente en lo que respecta a la inserción de las plataformas en las secuencias didácticas.

Finalmente, Ruiz, L. (2022), en su trabajo de investigación titulado "Implementación del software GeoGebra en el estudio de la integral definida y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa San Francisco" en la ciudad de Riobamba, Ecuador, tiene como propósito comprobar la hipótesis "La implementación del software GeoGebra en el estudio de la integral definida incide significativamente en el rendimiento académico de los estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa San Francisco". Los resultados obtenidos le permiten a la autora aceptar la hipótesis planteada, ya que el rendimiento académico del grupo de experimentación obtuvo una media de 7.18 y el grupo de control, en cambio, tuvo un promedio de 6.32, lo que reflejó una diferencia significativa en el análisis estadístico realizado (Ruiz, 2022).

## **2.2 Software Educativo GeoGebra**

Los softwares educativos han permitido el desarrollo en todas las disciplinas educativas; sin embargo, estos deben ser vistos como un medio o un recurso didáctico, y no como la solución total a los problemas educativos existentes en las instituciones actuales.

Rivera (2022) afirma que el uso de software educativo es una herramienta valiosa dentro de las aulas, ya que facilita a los estudiantes la realización de actividades de forma independiente. Además, para los docentes, sirve como un material interactivo de gran apoyo en su práctica educativa.

En la actualidad, el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se ve fuertemente influenciado por el uso de la tecnología. Esta influencia se refleja en la capacidad de generar imágenes, organizar y analizar datos, y en la disponibilidad de numerosos recursos y herramientas que facilitan el desarrollo de esta compleja disciplina.

En contraste, el uso de GeoGebra no presenta ninguna dificultad. Está dividido en niveles básico, medio y avanzado, lo que permite a los estudiantes de bachillerato utilizar esta herramienta con facilidad. Además, la presentación de la plataforma es muy atractiva debido a la combinación de colores y a la disposición de las opciones, lo que les permite adquirir conocimiento de manera interactiva.

### **2.2.1 Características de GeoGebra**

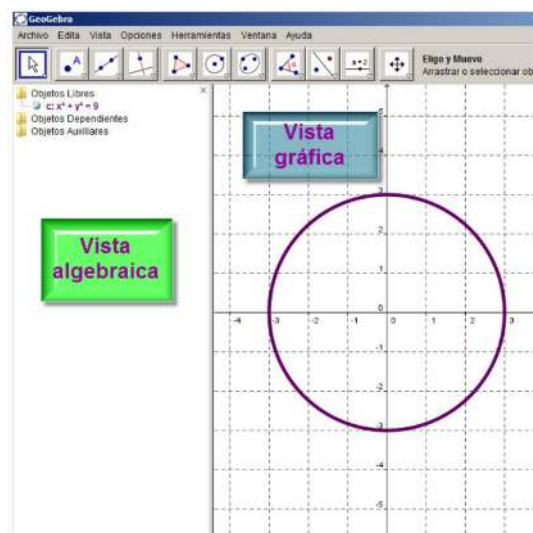
Dentro de todas las bondades importantes que posee este software, destacamos las que, desde nuestro punto de vista, lo vuelven más relevante entre todos los softwares educativos disponibles en la actualidad.

**Gratuidad:** Una de las características más atractivas de GeoGebra es su gratuidad, ya que se trata de un software de libre acceso que se puede instalar de forma segura y rápida en todo tipo de computadoras y dispositivos móviles. Esta gratuidad promueve la igualdad de oportunidades y posibilidades para que todos puedan acceder a herramientas que fomenten la creatividad (Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2021).

**Representaciones simultáneas:** Otra característica destacable es la capacidad de GeoGebra para ofrecer representaciones simultáneas. Esto significa que existe una conexión constante entre la representación gráfica y la vista algebraica. Cada objeto incorporado en la parte gráfica se corresponde automáticamente con una expresión algebraica, que se visualiza en la zona designada para su representación.

Figura 1

*Plataforma GeoGebra*



*Nota.* Vista algebraica y vista gráfica de los objetos matemáticos se observan de manera simultánea.

**Función motivadora e innovadora:** GeoGebra atrae el interés de los estudiantes hacia el aprendizaje al desarrollarse en un ambiente tecnológico en el que se pueden diseñar actividades utilizando applets que el docente puede monitorear en tiempo real. De esta manera, el docente puede visualizar el progreso de cada estudiante e interactuar de forma individual, sin perder de vista el progreso del grupo en general..

**Auto-gestión:** A través de esta característica, GeoGebra permite a los estudiantes revisar las construcciones realizadas, “detenerlas, intercalar o intercambiar pasos, anularlas o generar nuevas a partir de un diseño previo. Esto facilita el aprendizaje de nuevas funciones y usos de cada comando a través del contacto directo.” (Estevéz, 2021, p.15).

**Interfaz amigable:** La interfaz de GeoGebra presenta un menú que se asemeja mucho al de otros softwares de Windows. Cuenta con una barra de herramientas en la que se encuentran íconos gráficos que describen la función que realizan. Además, se proporciona una descripción textual de cada botón, lo que facilita la identificación y selección de la función a utilizar. “Esta característica, facilita el aprendizaje intuitivo y podría colaborar en el trabajo

autónomo y por ello ha ganado popularidad en la comunidad educativa global" (Estevéz, 2021, p. 15).

### **2.2.2 *Uso de GeoGebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.***

La enseñanza es un trabajo arduo que se logra a través de un proceso que involucra estrategias metodológicas, teorías, técnicas y recursos. No basta con el uso de recursos tecnológicos; también debe incorporar un enfoque pedagógico sólido. Es esta combinación la que lo convierte en un recurso didáctico verdaderamente útil dentro de una secuencia didáctica para diversos contenidos matemáticos, "ya que tiene como fundamento teórico una estructura multidisciplinaria como la epistemología, el currículo y la comunicación" (Balarezo et al., 2022, p. 47).

El proceso de aprendizaje se vuelve más eficiente con la herramienta tecnológica GeoGebra, ya que "facilita los procesos de abstracción para mostrar cómo se construye una relación entre un modelo geométrico y un modelo algebraico, ... lo que permite encontrar no solo soluciones matemáticas, sino también representaciones visuales que muestran la solución de un problema específico" (Balarezo et al., 2022, p. 44), lo que ayuda al estudiante en el análisis e interpretación de los resultados.

Basándonos en los aportes revisados en investigaciones previas, hemos analizado estrategias metodológicas y formas adecuadas de incorporar GeoGebra de manera exitosa y significativa en el aprendizaje de las integrales definidas dentro de una secuencia didáctica.

En términos generales, de acuerdo con Aguilar (2019), se reconoce que una estrategia metodológica tiene como objetivo estimular a los estudiantes a investigar, plantear, modelar y descubrir conocimientos de manera autónoma. Para lograr este objetivo, el docente debe emplear diversas estrategias de enseñanza, como el análisis, la completación de cuestionarios, clases magistrales, lectura comprensiva, recursos tecnológicos, videos, entre otros. En este punto, la selección adecuada de la estrategia de enseñanza es fundamental, ya que esto influye en gran medida en que los estudiantes logren desarrollar un aprendizaje significativo y duradero.

El uso de estas estrategias por parte de los estudiantes genera los llamados 'estilos de aprendizaje'. De hecho, Muller (2022) afirma que es un mito creer que cada individuo tiene un estilo específico de aprendizaje que no le permite desarrollar otras formas de aprender.

Muller, basándose en la teoría del aprendizaje multimodal, concluye que: 'No eres un aprendiz visual, auditivo o kinestésico, eres todos estos tipos de aprendices en uno. Las mejores experiencias de aprendizaje son aquellas que involucran múltiples y diferentes formas de entender el mismo material, y lo mejor de todo, esta estrategia no solo funciona para una categoría de persona, sino para todas'. Esto nos lleva a reflexionar como docentes sobre la importancia de no centrarnos en una única forma de llegar a los estudiantes ni en buscar una manera individual de hacerlo, sino en utilizar los diferentes tipos de aprendizaje, ya que todos contribuyen a que el estudiante desarrolle estrategias de estudio que se adapten a sus áreas de mayor aptitud.

Tomando en cuenta estas consideraciones, podemos destacar las siguientes estrategias metodológicas que tendremos en cuenta en esta investigación:

- Aprendizaje basado en modelación.
- Aprendizaje basado en la indagación.
- Vinculación de las experiencias y conocimientos previos de los estudiantes.
- Planteamiento de problemas.
- Motivación para despertar el interés en el tema.
- Trabajo en equipo.
- Trabajo autónomo.
- Creación de un ambiente de confianza que fomente una actitud positiva.

## **2.3 Enseñanza y aprendizaje de la Integral definida**

### **2.3.1 Deficiencia en el aprendizaje del concepto de Integral**

Para abordar las deficiencias en el aprendizaje del concepto de integral, es esencial comprender que estas limitaciones en la comprensión de los estudiantes pueden ser un obstáculo significativo en su proceso de aprendizaje de las matemáticas. De acuerdo con Fuster y Gómez (1997), algunas de las deficiencias más comunes incluyen:

- a) **Confusión entre integral y primitiva:** Los estudiantes tienden a confundir el concepto de integral con el de primitiva. Para ellos, la integral no involucra ningún proceso de convergencia ni tiene una connotación geométrica. En su percepción, es un proceso puramente algebraico, a menudo complejo, y lo ven como un conjunto de técnicas aisladas. Como resultado, pueden conocer diferentes métodos de integración y aplicarlos, pero a menudo no comprenden su significado geométrico ni su relación con el cálculo de áreas, lo que refleja una interpretación puramente algebraica de la integral y no ser capaz de aplicarlos al cálculo de un área o ignorar por completo ¿qué son las sumas de Riemann?, etc.

b) **Desconexión entre el concepto de área y la integral:** A pesar de haber escuchado que existe una relación entre las integrales definidas y el cálculo de áreas, los estudiantes a menudo no logran establecer una conexión sólida entre ambos conceptos. Esta falta de conexión persistente resulta en una interpretación predominantemente algebraica de la integral, lo que puede limitar su capacidad para comprender y aplicar integralmente en contextos más amplios.

Para abordar estas deficiencias, es fundamental diseñar estrategias didácticas que promuevan una comprensión integral de la integral. Además, se deben explorar enfoques pedagógicos que vinculen de manera efectiva el concepto de integral con la interpretación geométrica y el cálculo de áreas. Estas estrategias deben alinear el proceso de aprendizaje con la comprensión conceptual, permitiendo a los estudiantes visualizar y apreciar la

importancia de la integral en la resolución de problemas matemáticos y en la representación de fenómenos del mundo real (Aguilar, 2019).

Al adoptar un enfoque pedagógico más holístico y multidimensional que abarque tanto el aspecto algebraico como el geométrico de la integral, se puede ayudar a los estudiantes a superar estas deficiencias y desarrollar una comprensión más profunda y completa de este concepto matemático fundamental (Muller, 2022).

### **2.3.2 Dificultades en la enseñanza y aprendizaje del teorema fundamental del cálculo**

El aprendizaje del teorema fundamental del cálculo, que relaciona las derivadas y las integrales como procesos inversos, es una parte fundamental en el estudio del cálculo. Sin embargo, es un área que a menudo presenta diversas dificultades tanto para los docentes como para los estudiantes. Estas dificultades pueden ser atribuidas a varios factores, como se detallan a continuación.

**Secuencias didácticas mal estructuradas:** Es crucial que las secuencias didácticas utilizadas en la enseñanza del cálculo estén bien diseñadas y sean significativas. Cuando las actividades propuestas por el docente no son claras o los materiales de apoyo como ejercicios y problemas no están bien diseñados, los estudiantes pueden sentirse desorientados y tener dificultades para desarrollar una comprensión profunda de los conceptos. Además, si los contenidos no siguen una secuencia lógica, esto puede generar confusión.

**Factores externos:** Los factores externos, como la organización del centro educativo, pueden influir en el aprendizaje del cálculo. Por ejemplo, un horario de clases inadecuado, con clases muy temprano en la mañana, puede afectar la atención y el rendimiento de los estudiantes. La falta de materiales didácticos adecuados también puede ser un obstáculo para el aprendizaje efectivo.

**Motivación y autoestima:** La motivación de los estudiantes desempeña un papel crucial en su éxito en el aprendizaje del cálculo. Si los estudiantes no se sienten motivados o tienen baja autoestima en relación con las matemáticas, pueden tener dificultades para

comprometerse y comprender los conceptos. Es importante que los docentes fomenten un ambiente motivador y positivo en el aula..

**Falta de comprensión de contenidos previos:** La falta de dominio de los prerrequisitos matemáticos necesarios para abordar el cálculo integral puede ser una barrera significativa. Los estudiantes deben comprender conceptos matemáticos previos antes de poder asimilar conceptos más avanzados. Si no se abordan adecuadamente las lagunas en la comprensión de los estudiantes, esto puede dificultar su progreso en el cálculo integral.

Para superar estas dificultades en la enseñanza y el aprendizaje, es esencial que los docentes diseñen estrategias pedagógicas efectivas, proporcionen apoyo adicional cuando sea necesario y fomenten un ambiente de aprendizaje positivo y motivador. Además, es importante considerar las investigaciones actuales sobre el tema y aplicar enfoques pedagógicos respaldados por la evidencia para mejorar la comprensión de los estudiantes en esta área crítica de las matemáticas.

### ***2.3.3 Técnica de enseñanza para la mayor comprensión de las integrales definidas***

La técnica de enseñanza para lograr una mayor comprensión de las integrales definidas se basa en el diseño de Van Hiele, según Fouz & De Donosti (2005). Este diseño se fundamenta en la idea de que "el aprendizaje de la Geometría se desarrolla a través de una serie de niveles específicos de pensamiento y conocimiento", que no necesariamente están relacionados con la edad del estudiante, y que solo se puede avanzar al siguiente nivel una vez que se ha alcanzado el nivel anterior.

Este enfoque resalta la importancia de dos elementos clave en el aprendizaje de la geometría: el "lenguaje utilizado" y "la significancia de los contenidos". El primer elemento se refiere a que los niveles de pensamiento y su adquisición están estrechamente vinculados al dominio del lenguaje apropiado. El segundo elemento destaca que los estudiantes solo pueden asimilar y comprender aquello que se les presenta de acuerdo con su nivel de razonamiento y comprensión.

Van Hiele (1986) advierte que no existe un método único y universal para alcanzar un nuevo nivel de pensamiento, pero sugiere que a través de una enseñanza adecuada y la implementación de actividades bien diseñadas, se puede predisponer a los estudiantes para adquirir gradualmente estos niveles de pensamiento más avanzados.

### **Niveles de Van Hiele**

Los niveles se nombran del 0 al 4 y son los siguientes:

- NIVEL 0: Visualización o reconocimiento
- NIVEL 1: Análisis
- NIVEL 2: Ordenación o clasificación
- NIVEL 3: Deducción formal
- NIVEL 4: Rigor

Es importante recalcar que los estudiantes no universitarios, como mucho lograrán alcanzar el Nivel 2.

#### **NIVEL 0: Visualización o reconocimiento**

La característica fundamental de este nivel es que los estudiantes describen los objetos asemejándolos a elementos antes conocidos sin hacer énfasis en los atributos, componentes o propiedades de los objetos que se van a trabajar, solo se fijan en la apariencia física y no hay un lenguaje matemático básico para los nombres de las figuras que están siendo presentadas.

#### **NIVEL 1: Análisis**

En este nivel en cambio debido a que pueden describir propiedades y componentes de una manera informal se les facilita establecer nuevas propiedades, y comienzan a desarrollar el razonamiento matemático, pero aún no pueden relacionarlas entre si por lo que no están en capacidad de elaborar definiciones, ni tampoco realizar clasificaciones de figuras u objetos tomando en cuenta sus propiedades geométricas.

#### **NIVEL 2: Ordenación o Clasificación**

Alcanzan a entender el significado de las definiciones gracias a que pueden describir los objetos o figuras de manera formal, establecen relaciones entre propiedades y los efectos de esas relaciones, lo que les permite realizar clasificaciones lógicas. Debido a que su nivel de razonamiento matemático está ya iniciado pueden seguir pasos individuales de razonamiento dentro de una demostración, pero aún no entienden la estructura de la misma, lo que desemboca en una barrera para captar la naturaleza axiomática de la Geometría.

### **NIVEL 3: Deducción Formal**

Adquieren un alto nivel de razonamiento lógico matemático, y son capaces de comprender como se puede llegar a un mismo resultado utilizando preposiciones y formalizando sistemas axiomáticos, al comprender y manejar perfectamente las relaciones entre propiedades pueden realizar deducciones y demostraciones lógicas.

### **NIVEL 4: Rigor**

En base al más alto nivel de razonamiento matemático adquirido en este nivel pueden entender y trabajar la Geometría sin necesidad de ejemplos concretos ya que conoce, analiza y compara los diferentes sistemas axiomáticos con facilidad, lo que le da la habilidad de trabajar de manera abstracta.

Es importante enfatizar que cada nivel tiene una progresión en el manejo y mejora del lenguaje matemático necesario en el aprendizaje, ya que no sólo se trata de adquirir conocimientos matemáticos sino de crear esquemas significativos de pensamiento que se interconectan con lo que ellos ya conocen, para lograr esto se necesita una interacción profunda entre profesor- alumno y que puedan tener la confianza de explicar lo que saben y de que manera lo saben y no simplemente basarse en las respuestas escritas en la resolución de un problema.

Para poder avanzar entre niveles según lo que enuncia Van Hiele va a depender de la organización del proceso enseñanza-aprendizaje y no de la edad de los estudiante, para ello se presentan las siguientes fases.

### **Fases en el modelo de Van Hiele**

- FASE 1 Preguntas / información
- FASE 2 Orientación dirigida
- FASE 3 Explicación
- FASE 4 Orientación libre
- FASE 5 Integración

**FASE 1 Preguntas / información:** La afirmación de Ausbel (1978) explica de una manera contundente a que se refiere esta primera fase: “Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. Averigüese eso y enséñese en consecuencia.”

Esta recavación de información no necesariamente debe ser mediante un test, se pueden utilizar preguntas orales mediante actividades planteadas para conocer el nivel de partida.

**FASE 2 Orientación dirigida:** Va a depender de la experiencia del profesor y su capacidad de obtener resultados optimos haciendo uso de un serie de actividades concretas acordes y debidamente secuenciadas, donde se puedan evidenciar que los alumnos comprenden, aplican y descubren las ideas que se tratarán en el tema que se requiere aprender.

**FASE 3 Explicación:** Esta fase no es más que un intercambio de conocimientos en donde no solo el profesor que es la persona que contribuye con los contenidos nuevos interviene, sino que los alumnos se involucran en una interacción mutua la misma que como resultado dejará preveer falencias existentes en cuanto al manejo de un lenguaje matemático acorde a ese nivel, obligándoles a mejorar la presentación de sus ideas y expresarlas de modo comprensible.

**FASE 4 Orientación libre:** Consiste en el planteamiento de actividades abiertas, con el objetivo de que puedan ser evaluadas y abordadas de diferentes maneras o se puedan obtener varias respuestas sustentadas correctamente, lo que a su vez les presiona a los alumnos a potenciar su razonamiento y lenguaje matemático.

**FASE 5 Integración:** En esta fase final se trabaja con los conocimientos integrados en las fases anteriores y no se manejan nuevos contenidos, el punto de enfoque en esta etapa es crear una red interna de conocimientos aprendidos que reemplace a la que ya se poseían.

#### **2.3.4 Secuencia didáctica usando el modelo de Van Hiele**

Desarrollar una secuencia didáctica basada en el modelo de Van Hiele para enseñar integrales definidas es un enfoque pedagógico efectivo para ayudar a los estudiantes a comprender conceptos matemáticos de manera más profunda, este modelo no es nuevo, pero se adapta perfectamente gracias a su interpretación de niveles de aprendizaje y fases para crear una didáctica adecuada. Los contenidos se secuencian con facilidad por los niveles de aprendizaje y las fases organizan las actividades que se pueden diseñar dentro de una unidad didáctica.

A continuación, proporciono una secuencia didáctica general que incorpora actividades con GeoGebra para enseñar integrales definidas en diferentes niveles de comprensión de Van Hiele:

##### **Nivel 1: Reconocimiento de Propiedades Básicas**

Objetivo: Introducir a los estudiantes en los conceptos básicos de integrales definidas y sus propiedades.

##### **Actividad Inicial: Concepto de Área**

Utiliza GeoGebra para mostrar cómo la integral definida se relaciona con el cálculo del área bajo una curva.

##### **Actividad de Exploración: Propiedades de la Integral Definida**

Los estudiantes utilizan GeoGebra para explorar cómo cambian los resultados de la integral definida al variar los límites de integración.

### **Nivel 2: Identificación de Patrones**

Objetivo: Ayudar a los estudiantes a identificar patrones y relaciones en las integrales definidas.

#### **Actividad de Descubrimiento de Patrones:** Reglas de la Integral Definida

Los estudiantes utilizan GeoGebra para analizar gráficamente el comportamiento de integrales definidas de funciones simples y comienzan a identificar patrones.

#### **Actividad de Integración Numérica:** Aproximación de Áreas

Utiliza GeoGebra para demostrar cómo se puede aproximar el valor de una integral definida utilizando sumas de Riemann.

### **Nivel 3: Análisis y Generalización**

Objetivo: Ayudar a los estudiantes a generalizar y aplicar conceptos más profundos relacionados con las integrales definidas.

**Actividad de Exploración de Teoremas Fundamentales:** Teorema Fundamental del Cálculo

Utiliza GeoGebra para mostrar cómo el Teorema Fundamental del Cálculo relaciona la integral definida con la función original.

#### **Actividad de Resolución de Problemas:** Aplicaciones de Integrales Definidas

Los estudiantes resuelven problemas del mundo real utilizando GeoGebra para modelar situaciones que requieren el uso de integrales definidas.

### **Nivel 4: Justificación y Rigor Matemático**

Objetivo: Ayudar a los estudiantes a comprender las justificaciones y aplicaciones más avanzadas de las integrales definidas.

#### **Actividad de Demostración:** El Proceso de Integración

Los estudiantes utilizan GeoGebra para comprender cómo se deriva la fórmula de la integral definida a través de la aproximación de áreas.

### **Actividad de Investigación: Aplicaciones Avanzadas**

Los estudiantes eligen un tema de investigación relacionado con integrales definidas y utilizan GeoGebra para investigar y presentar sus hallazgos.

Esta secuencia didáctica incorpora actividades con GeoGebra en cada nivel de comprensión de Van Hiele, permitiendo a los estudiantes construir gradualmente su comprensión de las integrales definidas, desde conceptos básicos hasta aplicaciones avanzadas y rigor matemático. A medida que los estudiantes avanzan en la secuencia, deberían desarrollar una comprensión más profunda y una apreciación de la integral definida y su relevancia en matemáticas y aplicaciones del mundo real.

#### **2.3.5 El desafío de incorporar la plataforma en una secuencia didáctica.**

El desafío mayor al que se deben enfrentar los docentes a pesar de las potencialidades que muestra el uso de GeoGebra, es la curva de aprendizaje inicial para los docentes y la necesidad de tiempo adicional para planificar y ejecutar lecciones que integren GeoGebra de manera efectiva.

Uno de los principios a tomar en cuenta en este proceso de adaptación del uso de GeoGebra, es que “la función principal de la enseñanza no es dar lecciones, explicar o intentar “transferir” conocimientos matemáticos, sino crear situaciones para que los alumnos fomenten la realización de las construcciones mentales necesarias.” (Sánchez y Borja, 2022, p. 45)

Se presenta entonces una propuesta didáctica que está constituida por tres etapas basadas en el modelo de Van Hiele, el aprendizaje significativo y el uso del software GeoGebra para el aprendizaje de las integrales definidas.

## SECUENCIA DIDÁCTICA – INTEGRALES DEFINIDAS, DEFINICIÓN Y ÁREAS BAJO LA CURVA MEDIADAS POR GEOGEBRA

**Tabla 1**

*Secuencia didáctica*

Descripción general de la Unidad	
<b>Título</b>	INTEGRALES DEFINIDAS
<b>Resumen de la unidad</b>	<p>El Cálculo Integral es una rama de las matemáticas con más aplicaciones, en diversas áreas de conocimiento ya que permite plantear modelos que resuelven problemas surgidos del diario vivir del ser humano, mediante la cual puede analizar cualitativa y cuantitativamente los diferentes fenómenos que se le presenten en su entorno cotidiano y profesional.</p> <p>¿Te has preguntado cómo se mide el área de una montaña o la cantidad de agua que contiene un océano? En este bloque utilizarás diversas técnicas para realizar cálculos mediante el uso de la suma de Riemann, la integral definida, áreas, mediante herramientas de análisis del cálculo integral.</p>
<b>Área</b>	CÁLCULO INTEGRAL
<b>Temas Principales</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Integral definida</li> <li>-La suma de Riemann</li> <li>-Cálculo de áreas bajo la curva</li> </ul>
Escenario de la Unidad	
<b>Grado</b>	Tercer Año de Bachillerato
<b>Lugar</b>	Aula de la Institución
<b>Tiempo de clase por sesión</b>	45 min
Fundamentos de la Sesión #1: Área de una región por áreas de rectángulo.	

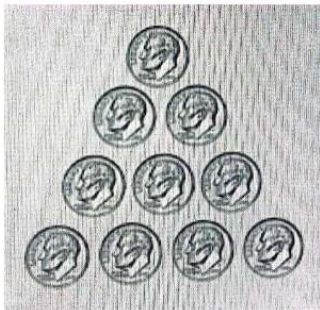
<b>Objetivos de Aprendizaje</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprender la definición de área para la posterior aplicación de las integrales definidas.</li> <li>Aplica la suma de Riemann para aproximar el cálculo de áreas bajo la curva usando GeoGebra.</li> </ul>	
<b>Destrezas con criterio de desempeño</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>M.5.1.66. Calcular la integral definida de una función polinomial de grado <math>\leq 4</math> aproximando el cálculo como una sucesión de funciones escalonadas.</li> </ul>	
<b>Indicador de Evaluación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>I.M.5.5.1 Emplea el concepto de límites, diferencia funciones mediante las respectivas reglas para resolver problemas de optimización y realiza conexiones geométricas</li> </ul>	
<b>Perfil del estudiante</b>		
<b>Habilidades prerequisites</b>	<p>Para el desarrollo de esta actividad didáctica es necesario el manejo de preconceptos o conocimientos previos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Definición de área, perímetro, conocimiento de figuras geométricas elementales.</li> <li>Fórmula del área de un rectángulo y triángulo.</li> <li>Propiedades de las integrales indefinidas.</li> <li>Límites de una sucesión</li> </ul>	
<b>Procedimientos Obstrucionales (basados en el modelo de aprendizaje y método seleccionado.)</b>		
<b>ETAPA</b>	<b>Actividades</b>	<b>Herramientas didácticas</b>
<b>Apertura</b> 10 minutos	<p><b>Oración y canto</b></p> <p><b>Objetivo de la clase:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Comprender la definición de área para la posterior explicación de la definición de las integrales definidas.</li> </ul> <p><b>Motivación</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mediante el siguiente ejercicio cognitivo puede ayudar a notar el cambio entre modo concentrado y el modo difuso.</li> <li><b>Resolver:</b> Formar un nuevo triángulo que apunte hacia abajo moviendo sólo tres monedas.</li> </ul>	<p><b>Recursos tecnológicos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Computador</li> <li>Teléfonos inteligentes</li> <li>GeoGebra</li> <li>Proyector</li> </ul> <p><b>Materiales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Documentos de lectura</li> </ul>

- Ver imagen proyectada o realizar la gráfica en la pizarra para la actividad de motivación.

<https://www.geogebra.org/m/sseczwbx>

### Figura 2

*Actividad de despertar cognitivo*

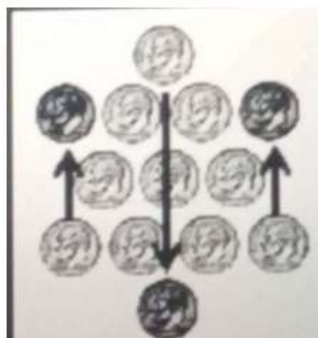


*Nota.* Adaptado de Abre tu mente a los números (p. 44), por B,Oakley, (2014) .

- Solución:  
<https://www.geogebra.org/m/qhq9wagb>

### Figura 3

*Solución de la actividad anterior*



*Nota.* Adaptado de Abre tu mente a los números (p. 281), por B,Oakley, (2014) .

### Diagnóstico

- Presentación de diferentes figuras geométricas conocidas y como se calcula sus áreas.

- Cuadernos
- Lápices
- Borradores

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar la región limitada por las siguientes funciones:  <math>f(x)=x</math>, el eje de las <math>x</math> y las rectas <math>x=2</math> y <math>x=5</math>.  <a href="https://www.geogebra.org/classroom/r2mqp5nf">https://www.geogebra.org/classroom/r2mqp5nf</a></li> </ul> <p><b>Reflexiona:</b> Si la recta <math>x=2</math> no se la dibuja ¿Cuál es la nueva área que se obtiene?</p> <p><b>Formulación de preguntas:</b></p> <p>¿Qué es área?</p> <p>¿Cómo se puede calcular el área de una figura que no tiene una forma definida?</p> <p>¿Cómo se calcula el área debajo de una curva, que fórmula se debe aplicar?</p>	
<p><b>Desarrollo</b> 25 minutos</p>	<p style="text-align: center;"><b>Construcción</b></p> <p><b>Actividad 1.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis de cómo se define el área.</li> <li>Demostración de cómo el área se puede encontrar por medio de descomponerla en triángulos y rectángulos.</li> <li>Visualización de ejemplos de áreas bajo una curva utilizando GeoGebra.  <a href="https://www.geogebra.org/m/z5dgnebu">https://www.geogebra.org/m/z5dgnebu</a></li> </ul> <p><b>Actividad 2.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Se realiza la introducción a la utilización del programa GeoGebra para esta actividad en particular.</li> <li>Utilizando GeoGebra se verifica los resultados de las figuras geométricas presentados en la etapa de diagnóstico.</li> </ul>	<p><b>Recursos tecnológicos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Computador</li> <li>Teléfonos inteligentes</li> <li>GeoGebra</li> <li>Proyector</li> </ul> <p><b>Materiales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Documentos de lectura</li> <li>Cuadernos</li> <li>Lápices</li> <li>Borradores</li> </ul>

<b>Cierre</b> 10 minutos	<b>Realimentación</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Planteamiento de un ejercicio donde tienen que encontrar el área de figuras geométricas utilizando GeoGebra.</li> <li>Chequeo de resultados obtenidos y soporte en la utilización de la herramienta tecnológica.</li> </ul>	<b>Actividad individual:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Evaluando de manera personal el conocimiento adquirido, mediante una actividad en clase.</li> </ul>
<b>Fundamentos de la Sesión #2: Integral Definida</b>		
<b>Objetivos de Aprendizaje</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Aplicar la suma de Riemann para aproximar el cálculo de áreas bajo la curva usando GeoGebra.</li> <li>Emplear la definición de la integral definida como un proceso para el cálculo bajo la curva.</li> <li>Lograr que el estudiante calcule el área basados en la suma de Riemann</li> <li>Introducción del teorema fundamental del cálculo.</li> <li>Resolver la integral definida.</li> </ul>	
<b>Destrezas con criterio de desempeño</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>M.5.1.66. Calcular la integral definida de una función polinomial de grado <math>\leq 4</math> aproximando el cálculo como una sucesión de funciones escalonadas.</li> </ul>	
<b>Indicador de Evaluación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>I.M.5.5.1 Emplea el concepto de límites, diferencia funciones mediante las respectivas reglas para resolver problemas de optimización y realiza conexiones geométricas</li> </ul>	
<b>Perfil del estudiante</b>		
<b>Habilidades prerequisites</b>	Para el desarrollo de esta actividad didáctica es necesario el manejo de preconceptos o conocimientos previos: <ul style="list-style-type: none"> <li>Conocer las propiedades de la Integral indefinida.</li> <li>Saber calcular la integral indefinida de una función polinomial.</li> <li>Uso elemental de GeoGebra, explicados en nuestra primera sesión.</li> </ul>	
<b>SEGUNDA SESIÓN: Integral Definida</b> <b>Procedimientos Obstrucionales (basados en el modelo de aprendizaje y método seleccionado.)</b>		
<b>Línea de Trabajo</b>	<b>Actividades</b>	<b>Herramientas didácticas</b>

<p><b>Apertura</b> 10 minutos</p>	<p><b>Oración y canto</b> <b>Objetivo:</b> Lograr que el estudiante calcule el área como aproximación de forma algebraica basados en la suma de Riemann. <b>Motivación</b> Realice el siguiente ejercicio sobre áreas. <a href="https://www.geogebra.org/m/jwqjvrwc">https://www.geogebra.org/m/jwqjvrwc</a></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Solución de la motivación</li> </ul> <p><a href="https://www.geogebra.org/m/dzzfhf9">https://www.geogebra.org/m/dzzfhf9</a></p> <p><b>Formulación de preguntas:</b> ¿Qué ocurre con las sumas al escoger mayor número de particiones? ¿Cuántos rectángulos se pueden trazar en una función?</p>	<p><b>Recursos tecnológicos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Computador</li> <li>• Teléfonos inteligentes</li> <li>• GeoGebra</li> <li>• Proyector</li> </ul> <p><b>Materiales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Documentos de lectura</li> <li>• Cuadernos</li> <li>• Lápices</li> <li>• Borradores</li> </ul>
<p><b>Desarrollo</b> 25 minutos</p>	<p><b>Construcción</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionar la definición de la integral definida con la expresión matemática para el cálculo del área bajo una curva.</li> </ul> <p><b>Actividad 1.</b> Ingresar la función <math>f(x)=x</math>, en el software GeoGebra</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sumas superiores de Riemann Mediante los comandos sumasuperior en GeoGebra se trazan los rectángulos al área sobre la curva. <a href="https://www.geogebra.org/m/dfbfdquf">https://www.geogebra.org/m/dfbfdquf</a></li> <li>• Sumas inferiores de Riemann Cambiando de comando a sumainferior se trazan los rectángulos establecidos por debajo de la curva. <a href="https://www.geogebra.org/m/t8fwxpfz">https://www.geogebra.org/m/t8fwxpfz</a></li> <li>• Finalmente ingresamos el comando integral e ingresamos los datos para calcular el área real y comparamos resultados con las aproximaciones obtenidas anteriormente.</li> </ul>	<p><b>Recursos tecnológicos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Computador</li> <li>• Teléfonos inteligentes</li> <li>• GeoGebra</li> <li>• Proyector</li> </ul> <p><b>Materiales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Documentos de lectura</li> <li>• Cuadernos</li> <li>• Lápices</li> <li>• Borradores</li> </ul>

	<p><b>Actividad 2.</b> Revisión de las propiedades de la integral definida.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar las propiedades de la integral definida y ejemplificarlas.</li> <li>• Intriducción al teorema fundamental del cálculo.</li> <li>• Resolver ejercicios planteados aplicando las propiedades de las integrales.</li> <li>• Establecer en el aula que el área exacta bajo la curva se puede obtener de calcular la suma infinita de áreas de rectángulos. <a href="https://www.geogebra.org/m/z5dgnebu">https://www.geogebra.org/m/z5dgnebu</a></li> <li>• Analizar procedimientos aplicados en la solución de integrales definidas en los ejemplos propuestos. Santillana Edición (2017, p. 152)</li> </ul>	
<p><b>Cierre</b> 10 minutos</p>	<p><b>Realimentación</b> Evalúan su conocimiento y lo extiende tratando de relacionarlo con ejercicios planteados.</p> <p><b>Reflexión</b> La deducción de la definición de integral definida se entiende de una manera implícita con las actividades establecidas en esta sesión.</p> <p>El estudiante debe realizar el ejercicio que se encuentra en link mediante GeoGebra. <a href="https://www.geogebra.org/m/wyge384f">https://www.geogebra.org/m/wyge384f</a></p>	<p><b>Test:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluando de manera personal el conocimiento adquirido.</li> <li>• Test individual</li> </ul>

## 2.4 Técnicas de estudio para Integral Definida

Oacley (2016) advierte sobre la estrategia de estudio más común, que consiste simplemente en leer libros y apuntes una y otra vez, y señala que esta estrategia es pasiva y

superficial, no generando un aprendizaje verdadero. Los estudiantes pueden esforzarse, pero no obtienen resultados significativos, quedando atrapados en una ilusión cognitiva.

Para lograr resultados eficientes en el aprendizaje, es necesario interiorizar algunos conceptos y técnicas que pueden convertirse en poderosas herramientas para adquirir conocimiento. Basándonos en el libro de la doctora Oacley, que presenta varios métodos de estudio eficientes para el área de matemáticas, hemos seleccionado los dos más apropiados para el estudio de las integrales definidas, los cuales analizaremos a continuación.

#### **2.4.1 Técnica #1. Pomodoro**

Consiste en distribuir el tiempo de trabajo en períodos de 45 minutos, seguidos de lapsos de descanso de 15 minutos entre un período de trabajo concentrado y otro. Oackey (2016) recomienda la práctica de este método para el aprendizaje de las matemáticas. De hecho, en su libro "Abre tu mente a los números", destaca este método desarrollado para ayudar a centrar la atención durante breves períodos de tiempo. Este sistema de gestión del tiempo se ideó en la década de 1980.

Esta estrategia logra que el cerebro alterne entre lo que los neurocientíficos denominan "tipos de redes": las redes de alto nivel de concentración y las redes para estados de reposo. Los procesos de aprendizaje relacionados con estos tipos de redes se denominan "Modo concentrado" y "Modo difuso".

- **Vislumbra lo que vas a aprender:** Cuando eches un primer vistazo a una nueva sección, un capítulo de un libro o un tema que enseñe conceptos matemáticos y científicos, es muy útil realizar un recorrido visual a través del mismo. No solo observes los gráficos, diagramas y fotos, sino también los encabezados de las subsecciones. Si existen preguntas al final del capítulo, también deberías leerlas. Este enfoque resulta contrario a la creencia común de que si no has estudiado el tema, no podrás entender lo que estás leyendo. Sin embargo, este primer paso es muy útil como un calentamiento y te sorprenderás al ver cómo te ayuda a organizar tus

pensamientos. Lo que realmente logras con este primer vistazo es que tu cerebro cree pequeños ganchos neuronales para sostener tus pensamientos y facilitar la comprensión del concepto.

- **Modo concentrado:** Activa tu modo concentrado durante 45 minutos. Solo necesitas enfocarte en algo y tu modo concentrado entrará en acción de inmediato. Puede parecer que no podrás completar las tareas en ese período de tiempo, pero este método no se centra en el producto final, sino en el proceso. Por ejemplo, el proceso es "Voy a dedicar 25 minutos a trabajar" y el resultado o producto será "algunas tareas terminadas". Puede requerir más de un "pomodoro" para lograr ese resultado.
- **Modo difuso:** Es esencial para el aprendizaje de las matemáticas y permite al estudiante obtener una nueva perspectiva sobre un problema con el que ha estado luchando para encontrar una solución. Al relajar tu atención y simplemente permitir que tu mente divague, este cambio permite que diferentes áreas de tu cerebro se conecten y conduzcan a descubrimientos valiosos.
- **Efecto Einstellung:** Ocurre cuando un estudiante tiene una idea o una primera impresión de un problema y se aferra a ese conocimiento, lo que le impide encontrar una idea o solución mejor. Este es uno de los obstáculos más comunes para los estudiantes. El antídoto para contrarrestar este efecto es realizar una investigación, leer el libro de texto, asistir a clases, ver tutoriales en internet y hablar con alguien que tenga conocimientos en la materia. No comiences las actividades asignadas a ciegas.

#### **2.4.2 Técnica #2. Crear bloques**

A menudo se cree que una mayor concentración puede ayudar a resolver los problemas con mayor facilidad, pero paradójicamente puede provocar el efecto contrario, es decir, bloquear la capacidad para ver nuevas posibles soluciones. Oackey (2016) explica que esta técnica de creación de bloques evita el bloqueo, aumenta el conocimiento y reduce la ansiedad. Además, le ayudará a rendir mejor en sus exámenes y será la base para convertirse en un experto en lo que esté trabajando.

### **Pasos para construir un bloque**

- **Resuelve detalladamente un problema clave sobre el papel.** Debe tener acceso a la solución del problema, pero no debe mirar la solución. Resuélvelo paso a paso sin hacer trampas, asegurándote de completar cada paso antes de avanzar, sin asumir que ya entiendes el problema.
- **Haga otra solución del problema, prestando atención a los procesos claves.** Si te parece extraño resolver el mismo problema otra vez, recuerda que aprender a tocar una canción en la guitarra no se logra practicándola solo una vez. Este principio también se aplica en este paso.
- **Tómese un descanso.** Durante este período, puedes estudiar otras materias, hacer algo diferente, practicar deportes o hacer ejercicio. Esto activará tu modo difuso y te ayudará a interiorizar el problema.
- **Duerma.** Antes de descansar, trabaja en el problema nuevamente. Si te sientes atascado, déjale espacio a tu subconsciente para sugerirte qué hacer a continuación.
- **Resuélvalo nuevamente.** Al día siguiente, tan pronto como sea posible, trabaja en el problema una vez más. Deberías darte cuenta de que puedes resolverlo con mayor facilidad. Tu comprensión será mucho más profunda, y te sorprenderás al pensar que tuviste dificultades con él. En este punto, podrías empezar a saltar ciertos pasos que te resulten sencillos y centrarte en las partes que requieran mayor atención, es decir, las partes más difíciles del problema. Estarás empezando a tener un estudio productivo, aunque te parezca un poco agotador. También puedes intentar resolver un ejercicio similar con la misma facilidad que resolviste el anterior.
- **Añada un nuevo problema.** Selecciona otro ejercicio clave y comienza a trabajar en él de la misma manera que lo hiciste en los pasos anteriores. Una vez que lo hayas resuelto, pasa al siguiente. Te sorprenderás de cómo estos bloques sólidos en tu biblioteca mental te ayudarán enormemente a dominar el material de estudio y a resolver nuevos ejercicios de manera eficaz.

- **Haga repeticiones activas.** Repasa mentalmente los pasos de los problemas clave mientras realizas actividades que requieran movimiento, como caminar o hacer ejercicio físico. También puedes hacerlo en cualquier momento libre que tengas, incluso mientras esperas el cambio de hora entre clases. Esto reforzará tu capacidad para recordar las ideas clave para resolver los problemas.

En resumen, este proceso se centra en potenciar tu atención en las partes más difíciles de un problema y te permite adquirir velocidad en los procedimientos de resolución del tema que estás intentando aprender.

## **2.5 Variables de estudio**

### **2.5.1 Identificación de variables**

Variable independiente: Uso de GeoGebra

Variable dependiente: Comprensión de las Integrales definidas

### **2.5.2 Operacionalización conceptual de las variables**

Tabla 2

Operacionalización de variables -variable dependientes

Incidencia del uso de GeoGebra en la comprensión de las integrales definidas en los estudiantes de Tercero de Bachillerato							
Objetivo General: Establecer la incidencia del uso de GeoGebra en la comprensión de las integrales definidas en los estudiantes de Bachillerato.							
VARIABLE INDEPENDIENTE	CONCEPTUALIZACIÓN	DIMENSIONES	INDICADORES	DEFINICIÓN DE LOS INDICADORES	TÉCNICA	INSTRUMENTO	ESCALA
Uso de GeoGebra	El software educativo GeoGebra es una ayuda dentro de las aulas, facilitando al estudiante la realización de las actividades de forma independiente y por el lado de los docentes sirve como material interactivo de gran apoyo para su práctica educativa.	Grado de uso y aplicación de la plataforma GeoGebra en el aula de clase.	Frecuencia de uso de GeoGebra en clase	Se refiere a la cantidad de veces que utilizan los estudiantes la plataforma GeoGebra en el aprendizaje de integrales.	Encuesta	Cuestionario	Ordinal
			Nivel de satisfacción	Hace referencia a la recopilación de opiniones de los estudiantes con respecto a la efectividad del programa como recurso didáctico en el aprendizaje de integrales definidas.	Encuesta	Cuestionario	Ordinal

Tabla 3

Operacionalización de variables -variable independiente

VARIABLE DEPENDIENTE	CONCEPTUALIZACIÓN	DIMENSIONES	INDICADORES	DEFINICIÓN DE LOS INDICADORES	CRITERIO DE MEDICIÓN	TÉCNICA	INSTRUMENTO	ESCALA
Comprensión de las integrales definidas	Es la capacidad del estudiante para entender temas referentes a las integrales definidas y tener habilidad en la resolución de problemas	Nivel de comprensión y aprendizaje.	Rendimiento académico antes de la implementación del programa	Forma común para medir el aprovechamiento de un estudiante a través de las calificaciones obtenidas en sus exámenes.	Cuantitativo	Prueba	Prueba objetiva	Ordinal
			Rendimiento académico después de la implementación del programa			Prueba		

## Capítulo tres

### Metodología de la Investigación

En esta sección, se presenta una descripción detallada de la metodología que se utilizará en esta investigación. Además, se destaca la estrecha relación entre la metodología, los objetivos y preguntas de investigación, demostrando cómo la elección de un enfoque específico está respaldada por la necesidad de obtener respuestas significativas.

Según Hernández, Fernández y Baptista (2021), la metodología de la investigación es un proceso sistemático y riguroso que permite obtener conocimiento confiable y válido acerca de un fenómeno o problema determinado. La utilización adecuada de la metodología de la investigación es fundamental para la realización de estudios científicos confiables. Además, permite que otros investigadores puedan replicar el estudio y obtener resultados similares. En este sentido, conocer y aplicar adecuadamente los diferentes métodos y técnicas disponibles es esencial para el éxito de cualquier investigación.

En última instancia, esta sección de la investigación no solo guiará el proceso de investigación en sí, sino que también permitirá a los lectores comprender la base sobre la cual se construyó los argumentos y las conclusiones que se presentan en el desarrollo de este estudio.

#### 3.1 Paradigma de Investigación

Dentro de la formulación de un proyecto de investigación resulta indispensable determinar el paradigma que va a dirigir dicho proceso investigativo, por tal motivo es necesario tener clara la conceptualización de paradigma de investigación.

Según Medina (2001) que, al citar a Kuhn, lo define como un conjunto de suposiciones, que sirven como guía para los investigadores ya que indica los puntos importantes a ser estudiados, el paradigma se direcciona mediante el planteamiento y desarrollo de un esquema, que permite establecer el correcto uso de herramientas apropiadas mediante criterios debidamente sustentados.

Un paradigma es entonces, básicamente la forma en que vemos el mundo, es el conjunto de los conocimientos que tenemos de algo, y cuando estamos tratando de explicar algún evento o fenómeno, lo que en realidad se está mostrando es nuestros paradigmas, los mismo que nos ayudan a alcanzar los objetivos que se han propuesto para evidenciar la veracidad o la falsedad de nuestra hipótesis.

Dentro del análisis del paradigma Ramos (2015) refiere como sus principales exponentes: al positivismo, pospositivismo, teoría crítica y constructivismo. El investigador deberá posicionarse en uno de ellos, en nuestro caso nos inclinamos por el paradigma positivista, el cual entiende a la realidad como objetiva es decir que algo se estudia mediante datos o hechos medibles y comprobables evitando la imaginación o los pensamientos u opiniones de quien realiza el trabajo de investigación.

Por lo tanto, este paradigma positivista sustentó nuestra investigación, ya que tiene como objetivo validar una hipótesis mediante la medición de las variables contempladas en la investigación.

### **3.2 Tipo de Investigación**

El enfoque de esta investigación es cuantitativo, dado que está diseñada para medir la incidencia del uso de GeoGebra en la comprensión de las integrales definidas. Esto implica la recolección y análisis de datos cuantitativos, así como la realización de inferencias a partir de la información recopilada

Utilizaremos el análisis estadístico para cuantificar cualquier diferencia significativa en el rendimiento de los estudiantes antes y después de la implementación de nuestra secuencia didáctica, específicamente diseñada para la integración de GeoGebra en el aula durante el curso de integrales definidas.

Nuestro objetivo principal en esta investigación es establecer un plan de acción o programa de intervención que nos permita verificar cuantitativamente la relación causal entre una variable y otra.

El enfoque cuantitativo se ajusta a esta investigación debido a su naturaleza secuencial y probatoria. Además, en este tipo de estudios, se busca generalizar los resultados encontrados en una muestra o grupo de estudio a toda una población. Utilizamos el razonamiento deductivo, que parte de la teoría y genera hipótesis que el investigador someterá a prueba.

### 3.3 Tipo de Diseño

Al trabajar con un grupo experimental y uno de control con dos mediciones (antes y después del tratamiento) se trata de un diseño cuasi-experimental que cumplió con las siguientes características:

- Los grupos de estudio se encuentran conformados con anterioridad.
- Se cuenta con un grupo experimental y un grupo de control.
- Se aplica un pre test y pos test.
- Se realizan mediciones en dos tiempos diferentes

En nuestro caso particular al estar hablando de un diseño cuasi-experimental se pudo argumentar según lo explica Arias (2021), que este tipo de diseño se puede continuar aplicando hasta conseguir mejores resultados aplicando el tratamiento seleccionado.

**Tabla 4**

*Resumen del diseño de estudio.*

Grupos	Prueba pre-test	Tratamiento	Prueba post-test
Grupo Control	X	0	X
Grupo Experimental	X	X	X

*Nota.* Se muestra en la tabla como se va a llevar a cabo la evaluación por medio de la prueba objetiva.

Dónde:

X- Se aplica el ítem.

0- No se aplica el ítem.

### **3.4 Alcance de la investigación**

Uno de los errores más comunes en una investigación es la confusión entre los conceptos de "alcance" y "tipo" de investigación. En este contexto, Hernández Sampieri (2018) aclara que, en lugar de ser una clasificación rígida, estos conceptos representan un continuo de "casualidad" que puede estar presente en un estudio. El alcance del estudio puede influir en la estrategia de investigación que se debe llevar a cabo, ya que los procedimientos, el diseño y otros componentes se abordan de manera diferente en estudios con alcance exploratorio, explicativo, correlacional o descriptivo.

La elección del alcance depende en gran medida de comprender en qué consiste cada uno de estos enfoques y de la perspectiva que se desea dar al estudio. En este caso, se enfoca en el alcance correlacional. Según Hernández Sampieri (2018), este alcance tiene como objetivo principal determinar la relación o grado de asociación entre dos o más variables. Para evaluar estas relaciones, es necesario medir y cuantificar cada variable por separado y luego analizar y establecer vínculos entre ellas.

La utilidad de los estudios correlacionales radica en comprender cómo una variable se comporta en función del comportamiento de otras variables relacionadas. En otras palabras, se puede intentar predecir el impacto aproximado de una variable en otra con la que está relacionada. Esta correlación puede ser negativa o positiva, o bien, si no hay correlación entre ellas, significa que existe una fluctuación sin seguir un patrón sistemático común.

Nuestra investigación se ajustó a las características del alcance correlacional, ya que nos permitió responder a nuestra pregunta de investigación: "¿Cuál es la incidencia del uso de la representación gráfica dinámica mediada por GeoGebra en el rendimiento académico?". A través del análisis de estas dos variables, evaluamos el grado de asociación entre ellas y cuantificamos en qué medida la implementación de GeoGebra podría haber influido en el nivel de comprensión de las integrales definidas en los alumnos de tercer año de bachillerato.

### 3.5 Población y muestra

En esta investigación, la población de estudio se compuso de los estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa Particular Adventista Santo Domingo, correspondiente al año lectivo 2023-2024, contando con un total de 64 estudiantes.

La elección de los estudiantes de tercer año de bachillerato de esta institución se justificó por la disponibilidad del docente de matemáticas para brindar el tiempo necesario para llevar a cabo la investigación.

### 3.6 Técnicas e Instrumentos de recolección de datos

En cuanto a las técnicas de investigación, es importante señalar que estábamos operando dentro del paradigma positivista, lo que nos llevó a trabajar con datos cuantitativos recopilados mediante encuestas, análisis de contenido, observación sistemática y experimentos.

Según Hernández Sampieri (2018), la recolección de datos en este enfoque se basa en la medición y se lleva a cabo utilizando procedimientos estandarizados. En este contexto, los fenómenos estudiados deben ser observables o hacer referencia al "mundo real". Dado que los datos recolectados resultan de mediciones, se representan en forma de números y, por lo tanto, deben analizarse utilizando métodos estadísticos.

Asimismo, es esencial cumplir con ciertos requisitos en la construcción de los instrumentos de medición para recopilar datos cuantitativos de manera adecuada. Estos requisitos incluyen la confiabilidad, validez y objetividad, y deben alinearse con los objetivos de la investigación.

Las técnicas de recolección de datos utilizadas en este estudio fueron las siguientes:

**Encuesta:** Se aplicó una encuesta inicial a los estudiantes para identificar su nivel de conocimiento, frecuencia de uso y competencia en el manejo de la herramienta tecnológica GeoGebra. Posteriormente, se volvió a administrar una encuesta similar para evaluar su nivel de satisfacción al interactuar con el software GeoGebra. La medición de las respuestas se llevó a cabo utilizando escalas de medición de actitudes tipo Likert.

**Cuestionario de Encuesta:** se utilizó un cuestionario en formato Likert que permitió recopilar información sobre el grado de satisfacción de los estudiantes al trabajar con GeoGebra.

Siguiendo la explicación de Daza & Garza (2018), un cuestionario en formato Likert consiste en una serie de ítems, cada uno de los cuales presenta diversas opciones de respuesta predefinidas. Por lo general, estas opciones de respuesta constan de cinco alternativas que pueden ser: "Totalmente de Acuerdo", "De Acuerdo", "Neutral", "En Desacuerdo" y "Totalmente en Desacuerdo". Este formato se conoce como una escala aditiva con nivel nominal y su propósito es medir la actitud que una persona manifiesta hacia un objeto o situación específicos.

## **CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN SOBRE EL USO DE GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE INTEGRALES DEFINIDAS**

### **INFORMACIÓN DEMOGRÁFICA**

---

NOMBRE:

EDAD:

---

---

CURSO:

INSTITUCIÓN:

---

---

- 1. ¿Con qué frecuencia has utilizado GeoGebra para estudiar integrales definidas?**
  - a) Nunca
  - b) Muy rara vez
  - c) Ocasionalmente
  - d) Usualmente
  - e) Siempre
  
- 2. ¿Cuánto tiempo aproximado has dedicado al uso de GeoGebra para integrales definidas durante las últimas semanas?**
  - a) Menos de 1 hora

- b) 1-2 horas
- c) No estoy seguro
- d) 2-4 horas
- e) Más de 4 horas

**3. ¿Qué tipo de actividades relacionadas con integrales definidas has realizado con GeoGebra? (Selecciona todas las que correspondan)**

- a) Graficar funciones y áreas bajo las curvas
- b) Encontrar el valor numérico de integrales definidas
- c) Explorar el comportamiento de funciones de integración definida
- d) Analizar el efecto de cambiar los límites de integración

**4. ¿Te sientes más cómodo resolviendo problemas de integrales definidas utilizando GeoGebra en comparación con métodos tradicionales (papel y lápiz)?**

- a) Mucho más cómodo
- b) Algo más cómodo
- c) No estoy seguro
- d) Igual de cómodo
- e) Menos cómodo

**5. ¿Qué características de GeoGebra encuentras más útiles para el estudio de integrales definidas? (Selecciona todas las que correspondan)**

- a) Graficación interactiva
- b) Cálculo automático de áreas bajo las curvas
- c) Visualización de la región de integración
- d) Cambio dinámico de límites de integración

**6. ¿Crees que GeoGebra ha mejorado tu comprensión de conceptos relacionados con integrales definidas?**

- 1 No ha mejorado en absoluto
- 2 No ha mejorado casi nada
- 3 No estoy seguro
- 4 Ha mejorado un poco
- 5 Ha mejorado significativamente

**7. ¿Recomendarías el uso de GeoGebra para el aprendizaje de integrales definidas a otros estudiantes?**

- a) Sí, definitivamente
- b) Sí, en general
- c) Neutral
- d) No estoy seguro
- e) No, no lo recomendaría

Gracias por tomarte el tiempo para completar esta encuesta. Tu opinión es valiosa y nos ayudará a mejorar nuestros métodos de enseñanza.

**Prueba objetiva:** Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, cada actividad realizada proporciona información que permite la evaluación. Sin embargo, en ocasiones es necesario utilizar pruebas específicas para evaluar elementos concretos y contenidos determinados. Estas pruebas siempre se adaptan a las necesidades y capacidades de los estudiantes. Según Arias (2020), el propósito de las pruebas es medir el nivel de aprendizaje alcanzado por un individuo en un tema o contenido particular.

La prueba se administró en dos momentos: primero, antes de la implementación de GeoGebra en los grupos de estudio, y luego, después de llevar a cabo la secuencia didáctica que incluía el uso de GeoGebra. Esto permitió evidenciar y comparar los resultados entre el grupo experimental, que utilizó GeoGebra en las clases, y el grupo de control, que no recibió esta asistencia.

Además, la prueba nos ayudó a recopilar los datos necesarios para responder a una de nuestras preguntas de investigación: ¿Cuál es la incidencia del uso de la representación gráfica dinámica en la enseñanza de la integral definida mediada por GeoGebra en el rendimiento académico?

**UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR ADVENTISTA SANTO  
DOMINGO  
Pre-Test**

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Curso/Nivel: \_\_\_\_\_

1. ¿Qué es una integral definida?

---

---

---

2. ¿Cuál es la diferencia entre una integral definida y una indefinida?

---

---

---

3. Si tiene una función  $f(x)$ , y desea conocer la integral definida de  $a$  hasta  $b$ . ¿Qué representa geoméricamente el valor de la integral?

---

---

4. ¿Qué es el teorema fundamental del cálculo y cuál es su importancia?

---

---

---

5. Resuelva la siguiente integral:

$$\int_2^6 \sqrt{x-2} dx$$

### 3.7 Procesamiento de la información

Cuando se realiza una investigación cuantitativa, el procesamiento de la información se convierte en un aspecto crucial, ya que nos adentramos en el terreno de la estadística descriptiva. Esta estadística nos proporciona herramientas para analizar y resumir los datos recopilados de manera objetiva y sistemática. Además, es fundamental para tomar decisiones basadas en evidencia sólida.

En particular, en investigaciones cuantitativas, a menudo se requiere el uso de pruebas estadísticas inferenciales para evaluar hipótesis y establecer conclusiones. Estas pruebas permiten determinar si las diferencias observadas en los datos son estadísticamente significativas o si podrían atribuirse al azar. Por lo tanto, la elección y aplicación adecuadas de estas pruebas son cruciales para el éxito de la investigación, ya que pueden influir en la aceptación o el rechazo de la hipótesis planteada.

Bautista (2020) destaca que la selección de la prueba estadística adecuada puede ser un desafío para algunos investigadores, ya que existen numerosas pruebas disponibles, cada una con sus propias características y condiciones de aplicabilidad.

En nuestro estudio, la elección de la prueba estadística se basó en varios factores, incluido el tamaño de la muestra de investigación y la naturaleza de los grupos de estudio. Al realizar mediciones antes y después de la implementación de la secuencia didáctica con GeoGebra en momentos distintos, nos encontramos con la necesidad de utilizar pruebas estadísticas diseñadas para grupos independientes. Además, la normalidad de los datos influyó en si debíamos optar por pruebas paramétricas o no paramétricas.

Para llevar a cabo todos los análisis estadísticos y el procesamiento de datos, elegimos utilizar el programa SPSS debido a su capacidad para manejar grandes conjuntos de datos y su facilidad de interpretación, lo que resultó fundamental para nuestro estudio.

### 3.8 Recolección de datos

El proceso de recolección de datos se llevó a cabo utilizando técnicas de naturaleza cuantitativa, dentro de un diseño preexperimental, transversal y correlacional. Esta elección metodológica se refleja en varios aspectos del estudio, incluyendo la obtención de datos de un único grupo de estudio, en un solo momento, y con la manipulación de variables específicas.

La recopilación de datos se efectuó mediante los tres instrumentos de evaluación previamente mencionados. Estos instrumentos permitieron analizar el nivel de comprensión de los estudiantes a través de su rendimiento, evaluado en términos de las calificaciones obtenidas al final del proceso de aprendizaje. Además, como marco analítico, se empleó la estadística descriptiva y correlacional para interpretar y resumir los datos obtenidos.

### 3.9 Desarrollo de la metodología didáctica

En el desarrollo de esta investigación, se implementó la siguiente metodología, que se divide en actividades conforme a nuestros objetivos establecidos. Estas actividades siguen un orden secuencial basado en el marco del aprendizaje significativo y la utilización del software GeoGebra.

**Tabla 5**

*Desarrollo de la metodología didáctica*

Descripción de la actividad	Tiempo de ejecución	Recursos	Evaluación
Implementación de secuencia didáctica usando GeoGebra en la clase magistral	1 semana	Software libre Dispositivos electrónicos, Laboratorio de cómputo.	Pequeños quiz sobre los conceptos importantes. Ejercicios propuestos en clase.
Desarrollo de un Taller con ejercicios propuestos para resolver de manera individual y en clase.	2 clases	Software libre Dispositivos electrónicos, Laboratorio de cómputo.	El Taller 1 instrumento de evaluación antes de del uso de GeoGebra. Taller # 2 Instrumento de evaluación después del uso de GeoGebra.

Análisis de la diferencia significativa en los rendimientos obtenidos de los estudiantes.	2 semana	Programa SPSS Statistic 21.	Resultados de los Talleres realizados en clase
Elaboración y aplicación de la encuesta de satisfacción para conocer el impacto de GeoGebra en los estudiantes	1 semana	Programa SPSS Statistic 21.	

## Capítulo cuatro

### Resultados

#### 4.1 Sistematización de datos

En esta sección se presentan los resultados recabados por medio de la prueba objetiva estos fueron sistematizados con el programa Statistical Package for the Social Science (SPSS) versión 25.

#### 4.2 Análisis de los datos (SPSS)

Para iniciar el análisis de los resultados obtenidos, es crucial determinar si los datos recopilados siguen una distribución normal, ya que esta evaluación influirá en la selección del tipo de prueba estadística más apropiada para llevar a cabo. Esta elección puede ser entre pruebas paramétricas o no paramétricas, y depende en gran medida de la normalidad de los datos.

El proceso de verificación de la normalidad de los datos es esencial, ya que tiene un impacto directo en la validez de las conclusiones que se pueden extraer de cualquier análisis estadístico posterior. Cuando los datos se ajustan a una distribución normal, las pruebas paramétricas, que asumen esta normalidad, son apropiadas y suelen proporcionar resultados más precisos. Por otro lado, si los datos no siguen una distribución normal, se recomienda recurrir a pruebas no paramétricas, que no dependen de la normalidad y son adecuadas para datos con distribuciones diversas.

Dado que tenemos un tamaño de muestra de 64 alumnos, es común utilizar la prueba de Kolmogorov-Smirnov para verificar la normalidad de los datos debido a su mayor poder estadístico en comparación con la prueba de Shapiro-Wilk para muestras de ese tamaño.

**Tabla 6**

*Prueba de normalidad*

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Nota	,102	64	,097	,925	64	,001

*Nota.* Tabla arrojada por el programa SSPS al momento de analizar la normalidad de los datos ingresados.

### Plantear la hipótesis de normalidad

$H_0$ : *Los datos siguen una distribución normal*

$H_1$ : *Los datos no siguen una distribución normal*

### Estadístico de prueba

*Si p-valor < 0.05 se rechaza la  $H_0$*

*Si p-valor  $\geq$  0.05 se acepta la  $H_0$  y se rechaza la  $H_1$*

En la prueba de Kolmogorov-Smirnov, el valor p (0.097) es mayor que 0.05 (nivel de significancia), lo que indica que no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula de que la variable "nota" sigue una distribución normal. En otras palabras, los datos podrían aproximarse a una distribución normal.

### 4.3 Presentación de los resultados I

Dado que nuestros datos siguen una distribución normal, hemos optado por utilizar una prueba estadística de tipo paramétrico, en este caso, la prueba de la T de Student para grupos independientes.

**Tabla 7**

*Estadísticos de grupo*

Clasificación	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Nota sin geogebra	32	7,0481	1,27831	,22597
con geogebra	32	8,0775	1,37756	,24352

*Nota.* Observamos en la tabla la media de los promedios obtenidos en la prueba objetiva tanto del grupo de control como el grupo experimental. (Tabla emitida por el programa SSPS)

Los resultados de la prueba t de Student que se muestran en la tabla comparan dos grupos diferentes: uno denominado "sin geogebra" y otro denominado "con geogebra". Cada grupo consta de 32 observaciones (N = 32) y se está comparando la variable "nota" en ambos grupos.

Dado que las medias de los dos grupos son diferentes (7.0481 en el grupo "sin geogebra" y 8.0775 en el grupo "con geogebra"), la prueba t de Student se utiliza para determinar si esta diferencia es estadísticamente significativa o si podría deberse al azar.

#### 4.4 Presentación de los resultados II

Los resultados indican que hay diferencias significativas entre las medias de las dos muestras, ya sea asumiendo o no la igualdad de varianzas. El valor p (0.003) es menor que el nivel de significancia común (0.05), lo que sugiere que podemos rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias. Esto significa que hay evidencia estadística de que las medias de las dos muestras son diferentes, y la diferencia estimada de medias se encuentra dentro del intervalo de confianza del 95%. Por lo tanto, podemos concluir que existen diferencias significativas en las variables analizadas entre las dos muestras.

**Tabla 8**

##### *Pruebas de muestras independientes*

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
								Inferior	Superior
Nota Se han asumido varianzas iguales	,549	,462	-3,099	62	,003	-1,02938	,33222	1,69346	-,36529
No se han asumido varianzas iguales			-3,099	61,656	,003	-1,02938	,33222	1,69354	-,36521

*Nota.* Mediante la prueba T de student, observamos en el resultado obtenido por el sistema que la diferencia es significativa.

El resultado obtenido nos permite concluir que se confirma la hipótesis alternativa planteada en esta investigación, que establece que GeoGebra tiene un impacto significativo en el rendimiento de los estudiantes de tercer año de Bachillerato en el estudio de la integración definida.

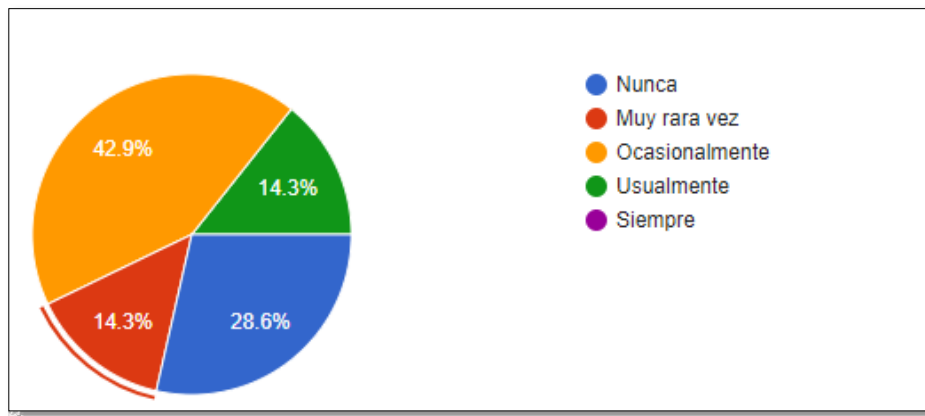
#### 4.5 Presentación de los resultados III

Dentro de nuestra encuesta sobre el uso de GeoGebra en el aprendizaje de integrales definidas, también se incluyeron preguntas destinadas a evaluar el nivel de satisfacción de los estudiantes, las cuales se presentan al final del análisis de estos resultados. Se seleccionaron las preguntas más relevantes para llevar a cabo un análisis detallado y respaldar los resultados obtenidos previamente en esta sección.

##### 1.- ¿Con qué frecuencia has utilizado GeoGebra para estudiar integrales definidas?

**Figura 4**

*Grado de frecuencia en el uso de GeoGebra*



Un porcentaje significativo de estudiantes (aproximadamente el 28.6%) que corresponde a 8 estudiantes indicó que nunca utilizan GeoGebra para estudiar integrales definidas. Esto sugiere que un grupo considerable de estudiantes no aprovecha esta herramienta en su proceso de aprendizaje.

Alrededor del 14.3% de los estudiantes (aproximadamente 4 estudiantes) respondió que utiliza GeoGebra "Muy rara vez". Esto implica que un número relativamente pequeño de

estudiantes lo utiliza en casos excepcionales, lo que podría deberse a la falta de familiaridad o comodidad con la herramienta.

Ocasionalmente (Aproximadamente 12 estudiantes): La mayoría de los estudiantes (aproximadamente el 42.9%) informó que utiliza GeoGebra "Ocasionalmente". Esto sugiere que GeoGebra se utiliza de manera periódica, pero no es una herramienta de uso constante para la mayoría de los estudiantes.

Usualmente (Aproximadamente 8 estudiantes): Otro grupo pequeño de estudiantes (alrededor del 14.3%) mencionó que utiliza GeoGebra "Usualmente" para estudiar integrales definidas. Esto podría indicar que algunos estudiantes confían en GeoGebra como una herramienta regular en su proceso de aprendizaje.

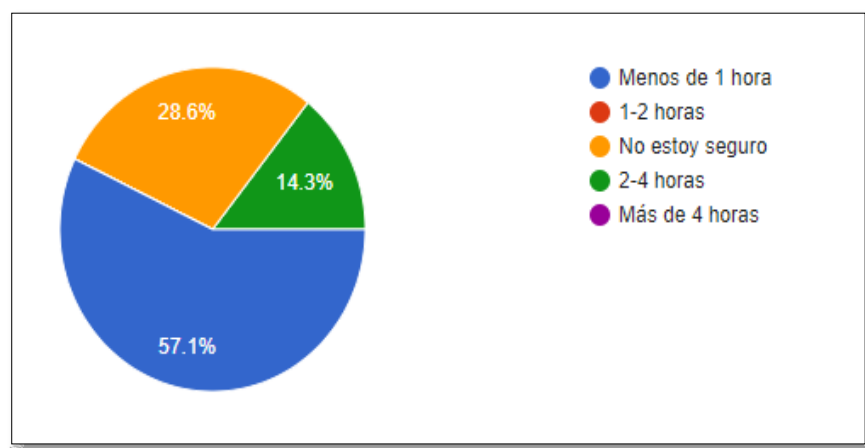
Siempre (Ningún estudiante): Según los resultados proyectados, ningún estudiante respondió que utiliza GeoGebra "Siempre". Esto significa que ninguno de los estudiantes encuestados lo considera su principal herramienta de estudio para integrales definidas.

En resumen, la mayoría de los estudiantes utiliza GeoGebra ocasionalmente o rara vez para estudiar integrales definidas, mientras que un grupo considerable no lo utiliza en absoluto. Estos resultados pueden indicar la necesidad de promover el uso de GeoGebra como una herramienta de apoyo al aprendizaje de las integrales definidas e incluirlas dentro una secuencia didáctica para que puedan aprovechar al máximo esta herramienta en sus estudios.

**2. ¿Cuánto tiempo aproximado has dedicado al uso de GeoGebra para integrales definidas durante las últimas semanas?**

**Figura 5**

*Tiempo de uso de GeoGebra en horas*



**Menos de 1 hora:** Aproximadamente el 57.1% de los alumnos (16) indicaron que han dedicado menos de 1 hora al uso de GeoGebra para integrales definidas durante las últimas semanas. Esto sugiere que la mayoría de los estudiantes ha empleado relativamente poco tiempo utilizando GeoGebra para este propósito.

**De 1-2 horas:** Ningún alumno respondió que dedicó 1-2 horas al uso de GeoGebra para integrales definidas durante las últimas semanas. Esto indica que ninguno de los estudiantes de esta muestra reportó haber empleado este rango de tiempo específico.

**No estoy seguro:** Alrededor del 28.6% de los alumnos (8) respondieron que no están seguros sobre cuánto tiempo han dedicado al uso de GeoGebra para integrales definidas durante las últimas semanas. Esto puede reflejar una falta de seguimiento preciso del tiempo o una variedad de experiencias entre los estudiantes.

**De 2-4 horas:** Aproximadamente el 14.3% de los alumnos (4) indicaron que han dedicado entre 2 y 4 horas al uso de GeoGebra para integrales definidas durante las últimas semanas. Esto representa un grupo minoritario de estudiantes que ha invertido un tiempo significativo en el uso de esta herramienta.

**Más de 4 horas:** En la proyección, ningún alumno respondió que ha dedicado más de 4 horas al uso de GeoGebra para integrales definidas durante las últimas semanas. Esto

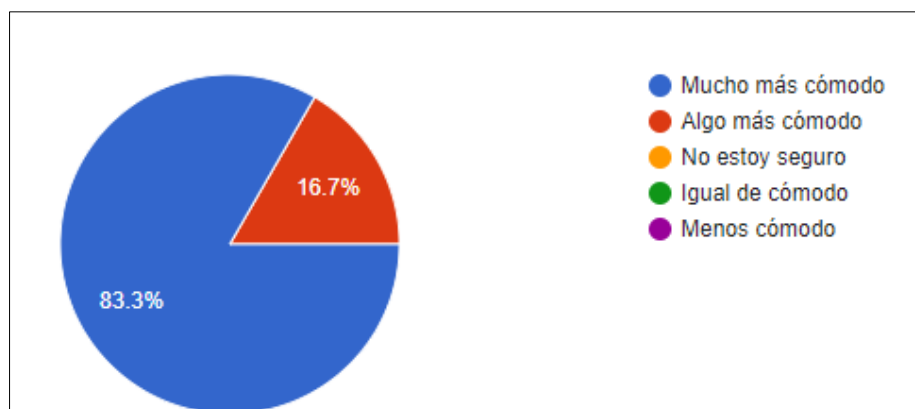
sugiere que ninguno de los estudiantes de esta muestra reportó haber empleado un tiempo extenso para esta actividad.

La mayoría de los estudiantes (cerca del 57%) ha dedicado menos de 1 hora al uso de GeoGebra para integrales definidas en las últimas semanas. Un grupo minoritario no está seguro de cuánto tiempo ha dedicado, y un pequeño porcentaje ha invertido entre 2 y 4 horas en esta actividad. Nadie informó haber dedicado 1-2 horas o más de 4 horas. Estos resultados indican que la mayoría de los estudiantes utiliza GeoGebra de manera ocasional y por períodos de tiempo relativamente cortos para el estudio de integrales definidas.

#### 4. ¿Te sientes más cómodo resolviendo problemas de integrales definidas utilizando GeoGebra en comparación con métodos tradicionales (papel y lápiz)?

**Figura 6**

*Nivel de satisfacción al usar GeoGebra*



Mucho más cómodo: La mayoría aproximadamente el 83.3% que corresponde a 24 alumnos indicaron que se sienten mucho más cómodos resolviendo problemas de integrales definidas utilizando GeoGebra en comparación con métodos tradicionales (papel y lápiz). Esto sugiere una fuerte preferencia por el uso de GeoGebra para estas tareas entre la mayoría de los estudiantes.

Algo más cómodo: Alrededor del 16.7% de los alumnos respondieron que se sienten algo más cómodos utilizando GeoGebra en comparación con métodos tradicionales. Aunque

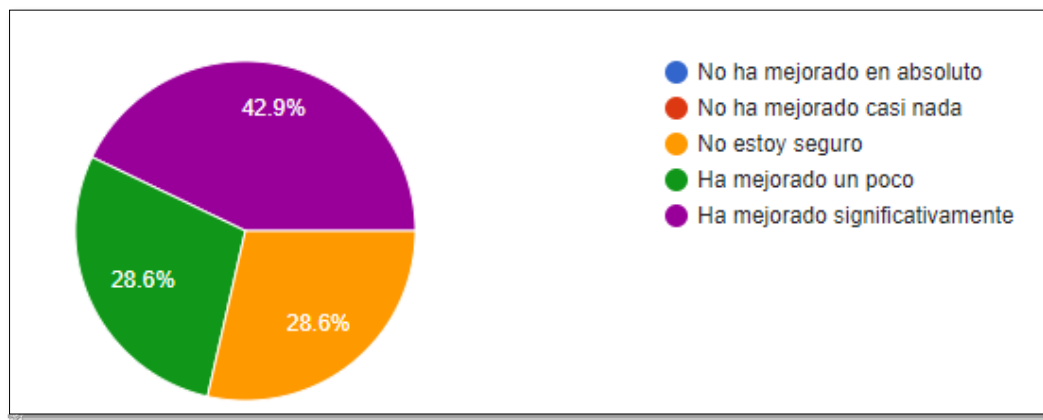
este grupo es más pequeño en comparación con el grupo "mucho más cómodo", aún expresan una preferencia por GeoGebra.

Una amplia mayoría de los estudiantes (aproximadamente el 83.3%) se siente considerablemente más cómoda resolviendo problemas de integrales definidas utilizando GeoGebra en comparación con métodos tradicionales como papel y lápiz. Un grupo minoritario (alrededor del 16.7%) experimenta una mayor comodidad con GeoGebra. No se registraron respuestas que indicaran sentirse "igual de cómodo" o "menos cómodo". Estos resultados reflejan una marcada preferencia por el uso de GeoGebra en la resolución de problemas de integrales definidas dentro de esta muestra de estudiantes.

## 6. ¿Crees que GeoGebra ha mejorado tu comprensión de conceptos relacionados con integrales definidas?

**Figura 7**

*Percepción del grado de comprensión*



**Mejora Significativa:** Un aspecto clave es que un 42.9% es decir 12 de los estudiantes afirmó que GeoGebra ha mejorado significativamente su comprensión de conceptos relacionados con integrales definidas. Este es un hallazgo importante, ya que indica que una parte considerable de la muestra experimenta un impacto positivo sustancial en su aprendizaje debido al uso de esta herramienta. Estos resultados sugieren que GeoGebra puede ser una adición valiosa en el proceso de enseñanza de las integrales definidas.

Mejora Moderada: Además, otro 28.6% de los estudiantes indicó que GeoGebra ha mejorado un poco su comprensión. Aunque este porcentaje es menor que el grupo que experimentó una mejora significativa, aún representa una proporción notable. Esto sugiere que, incluso para aquellos que no experimentaron una mejora dramática, GeoGebra sigue siendo beneficioso en cierta medida.

Indecisión: Un 28.6% de los estudiantes se mostró indeciso y no está seguro de si GeoGebra ha tenido un impacto positivo en su comprensión de conceptos de integrales definidas. Esta indecisión podría deberse a varias razones, como la falta de familiaridad completa con la herramienta o la necesidad de más tiempo para evaluar su efectividad. Es importante tener en cuenta esta indecisión al considerar la aceptación y la percepción de GeoGebra entre los estudiantes.

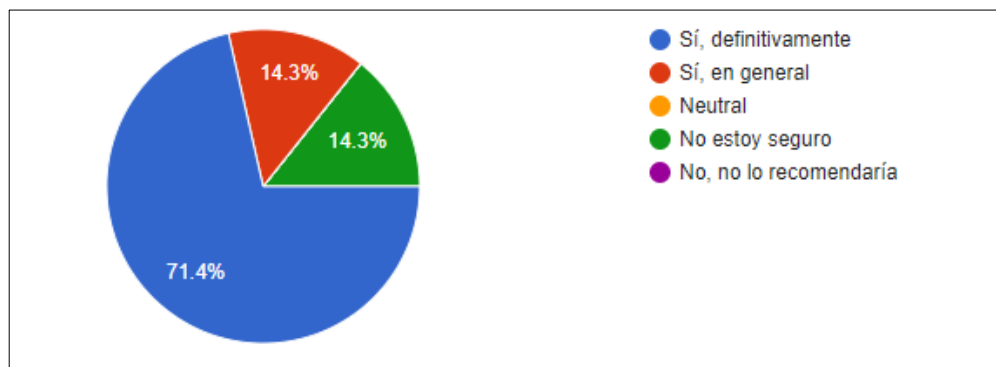
Ausencia de Respuestas Negativas: Un dato interesante es que ningún estudiante respondió que GeoGebra no ha mejorado en absoluto ni que ha mejorado casi nada. Esto puede interpretarse como una ausencia de percepciones negativas sobre la herramienta en esta muestra. Sin embargo, es importante tener en cuenta que una muestra más amplia podría revelar una variedad de opiniones y experiencias.

En resumen, la mayoría de los estudiantes (alrededor del 71.5%) en esta muestra de 28 alumnos experimenta algún grado de mejora en su comprensión de conceptos relacionados con integrales definidas debido al uso de GeoGebra. Esto respalda la idea de que GeoGebra puede ser una herramienta efectiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta área de las matemáticas. Sin embargo, la indecisión de un grupo notable sugiere la necesidad de seguir investigando y proporcionar orientación y apoyo adecuados a los estudiantes para maximizar los beneficios de GeoGebra en su aprendizaje.

**7. ¿Recomendarías el uso de GeoGebra para el aprendizaje de integrales definidas a otros estudiantes?**

**Figura 8**

*Nivel de recomendación para el uso de GeoGebra*



**Fuerte Recomendación:** Un porcentaje significativo, específicamente el 71.4% de los estudiantes, respondió "Sí, definitivamente". Esto indica una clara preferencia y una fuerte recomendación hacia el uso de GeoGebra para el aprendizaje de integrales definidas. Este hallazgo es prometedor, ya que sugiere que la mayoría de los estudiantes perciben que GeoGebra es una herramienta valiosa para el aprendizaje en este contexto.

**Recomendación General:** Un 14.3% de los estudiantes respondió "Sí, en general". Aunque este porcentaje es menor que el grupo anterior, aún representa una proporción considerable de estudiantes que recomendarían el uso de GeoGebra. Esta respuesta podría indicar que algunos estudiantes pueden tener ciertas reservas, pero en general, están a favor de utilizar GeoGebra en el aprendizaje de integrales definidas.

**Indecisión:** Otro 14.3% de los estudiantes manifestó que "No estoy seguro". Esta respuesta refleja la indecisión de algunos estudiantes sobre si recomendarían o no el uso de GeoGebra. Esto podría deberse a la necesidad de una evaluación más profunda o a una falta de experiencia suficiente con la herramienta.

**Ausencia de Respuestas Negativas:** Ningún estudiante respondió con un "No, no lo recomendaría". Esto indica que ninguno de los encuestados expresó una opinión negativa sobre el uso de GeoGebra para el aprendizaje de integrales definidas en esta muestra.

Los estudiantes (alrededor del 85.7%) en esta muestra de 28 alumnos estaría dispuesta a recomendar el uso de GeoGebra para el aprendizaje de integrales definidas. Esto respalda la idea de que GeoGebra se percibe como una herramienta valiosa y efectiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta área de las matemáticas. La indecisión de algunos estudiantes sugiere la importancia de brindar orientación adicional y oportunidades de experiencia con GeoGebra para mejorar su confianza en la recomendación.

## Conclusiones

El objetivo principal de esta investigación fue evaluar la incidencia del uso de GeoGebra en la comprensión de las integrales definidas en estudiantes de Bachillerato. Para alcanzar este propósito, se desarrolló una secuencia didáctica basada en el Modelo de Van Hiele. Esto involucró la utilización de GeoGebra como herramienta educativa, y se llevó a cabo una comparación del desempeño entre dos grupos de estudiantes: uno que utilizó GeoGebra y otro que no lo hizo.

Durante el desarrollo de esta tesis, se diseñó y aplicó una secuencia didáctica que permitió a los estudiantes de Bachillerato explorar y aprender la integración definida mediante el uso de una representación gráfica dinámica generada en GeoGebra. Esta secuencia didáctica se planificó meticulosamente, teniendo en cuenta el modelo de van Hiele, que guía el progreso en la comprensión de conceptos matemáticos a través de niveles escalonados.

La elaboración de este tipo de secuencias didácticas requiere un dominio de las TIC, lo que implica que el docente debe mantener una capacitación continua en software educativo matemático. El nivel de dominio de estas herramientas afecta directamente la eficacia de la secuencia, así como el tiempo necesario para enfrentar el desafío de incorporar GeoGebra de manera efectiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por lo tanto, el desarrollo profesional del docente es un elemento clave en la implementación exitosa de estas estrategias pedagógicas.

La plataforma GeoGebra se implementó con éxito como recurso didáctico en el curso de integración definida. Los estudiantes tuvieron la oportunidad de utilizar GeoGebra para visualizar conceptos abstractos, experimentar con diferentes límites de integración y explorar las áreas bajo las curvas, lo que enriqueció su comprensión del tema.

Los resultados demostraron de manera concluyente que el uso de GeoGebra como recurso didáctico tuvo un impacto significativamente positivo en el rendimiento de los estudiantes en el tema de las integrales definidas. Los estudiantes que participaron en experiencias de aprendizaje enriquecidas con GeoGebra mostraron un mayor dominio del

contenido y un desempeño académico superior en su promedio de 1.03 puntos, en comparación con aquellos que no utilizaron esta herramienta. Estos hallazgos corroboran la importancia de la tecnología educativa en la mejora del rendimiento académico y que sostiene que el aprendizaje es más efectivo cuando los nuevos conocimientos se relacionan de manera significativa con la estructura cognitiva previa del estudiante Ausubel, (1963); Hohenwarter & Jones, (2007).

Frente a la evidencia recopilada nuestra hipótesis alternativa planteada en esta investigación es aceptada, y se afirma que GeoGebra incide en el rendimiento de los estudiantes de Tercero de Bachillerato en el estudio de integración definida.

A través de una encuesta de satisfacción aplicada a los estudiantes del Tercer año de Bachillerato, se recopilaron valiosos resultados sobre su experiencia con el uso de GeoGebra. Estos indicaron una percepción positiva de la plataforma, lo que sugiere que los estudiantes encontraron beneficios en su uso.

### Recomendaciones

Estos resultados tienen importantes implicaciones para la práctica educativa. Se sugiere que los docentes aprovechen las potencialidades de GeoGebra para mejorar la enseñanza de las matemáticas, a pesar de las posibles dificultades iniciales. Además, se recomienda que los educadores continúen explorando estrategias pedagógicas que integren GeoGebra de manera efectiva, enfocándose en la creación de representaciones gráficas dinámicas que promuevan el aprendizaje significativo. Esta investigación subraya la importancia de la colaboración entre docentes y la capacitación continua en tecnología educativa para superar los desafíos identificados. Además, se sugiere realizar futuras investigaciones que exploren más a fondo cómo los docentes pueden optimizar el uso de GeoGebra y otros recursos tecnológicos para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en diversos contextos educativos.

A pesar de los resultados positivos, esta investigación reconoce algunas limitaciones, como la restricción a dos cursos específicos y a una institución educativa. Para futuras investigaciones, se sugiere ampliar la muestra y considerar diferentes contextos educativos. Además, es importante explorar más a fondo cómo optimizar la integración de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas.

En resumen, esta tesis ha demostrado que el uso de GeoGebra como herramienta educativa puede tener un impacto positivo en la comprensión de las integrales definidas en estudiantes de Bachillerato. Los resultados sugieren que GeoGebra puede facilitar la visualización y exploración de conceptos matemáticos, enriqueciendo así la experiencia de aprendizaje de los estudiantes. Este trabajo abre la puerta a futuras investigaciones y a la mejora continua de las prácticas educativas en el campo de las matemáticas y la tecnología.

## Referencias

- Abascal-Mena, R. y López-Ornelas, E. (2017). El uso de m-learning para motivar al alumno en su aprendizaje: caso de estudio en la UAM Cuajimalpa. En C. R. Jaimez González, K. S. Miranda Campos, E. Vázquez Contreras y F. Vázquez Vela, *Estrategias didácticas en educación superior basadas en el aprendizaje: innovación educativa y TIC* (pp. 46-66). Ciudad de México, México: UAM Unidad Cuajimalpa.
- Acaro Calva, O. H. (2021). *El GeoGebra en la enseñanza de la Matemática en el Colegio Nacional Andrés Bello* [Master's thesis, PUCE-Quito]. Repositorio institucional
- Arias Gonzáles, J. L., & Covinos Gallardo, M. (2021). Diseño y metodología de la investigación.
- Balarezo, R. W. S., & Andrade, A. M. B. (2022). Geogebra en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas. *Dominio de las Ciencias*, 8(2), 12.
- Ballesteros Ballesteros, V. A., Lozano Forero, S., & Rodríguez Cardoso, Ó. I. (2020). Noción de aproximación del área bajo la curva utilizando la aplicación Calculadora Gráfica de GeoGebra. *Praxis & Saber*, 11(26).
- Bautista-Díaz, M. L., Victoria-Rodríguez, E., Vargas-Estrella, L. B., & Hernández-Chamosa, C. C. (2020). Pruebas estadísticas paramétricas y no paramétricas: su clasificación, objetivos y características. *Educación y Salud Boletín Científico Instituto de Ciencias de la Salud Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo*, 9(17), 78-81.
- Bedada, T. B. (2021). *The use and effect of GeoGebra software in Calculus at Wachemo University, Ethiopia: an investigation* [ Doctoral dissertation, University of South Africa (UNISA)].  
 Repositorio Institucional UNISA  
[https://uir.unisa.ac.za/bitstream/handle/10500/28477/thesis\\_tola\\_bekene\\_bedada.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://uir.unisa.ac.za/bitstream/handle/10500/28477/thesis_tola_bekene_bedada.pdf?sequence=1&isAllowed=y).
- Bedada, T. B. (2021). The use and effect of GeoGebra software in Calculus at Wachemo University, Ethiopia: an investigation [ Doctoral dissertation, University of South Africa

(UNISA)]. Repositorio Institucional UNISA  
[https://uir.unisa.ac.za/bitstream/handle/10500/28477/thesis\\_tola\\_bekene\\_bedada.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://uir.unisa.ac.za/bitstream/handle/10500/28477/thesis_tola_bekene_bedada.pdf?sequence=1&isAllowed=y).

Castillo, M., Gamboa, R., y Hidalgo, R. (2020). Factores que influyen en la deserción y reprobación de estudiantes de un curso universitario de matemáticas.

Companioni, W. S., González, A. P., & González, J. M. R. (2023). Estrategia didáctica para desarrollar la habilidad calcular integrales definidas desde un aprendizaje creativo. *Mendive. Revista de Educación*, 21(1), 3007.

Dávila, M. T., & Grijalva, A. (2019). Resultados ocultos tras la operatividad del teorema fundamental del cálculo. *AMIUTEM*, 7(1), 85-101.

Daza, G. y Garza, B. (2018) Actitudes hacia el cálculo diferencial e integral: caracterización de estudiantes mexicanos del nivel medio superior. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32, 279-302.

Díaz Solano, J. J. (2022). Influencia de la ingeniería didáctica en el aprendizaje significativo remoto de la integral definida.

Dos Santos, G. M. T., Sarmiento, D. F., y Mérida, E. C. (2016). Rendimiento académico en cálculo diferencial e integral I: análisis en las carreras de ingeniería. *Revista del Centro de Investigación de la Universidad la Salle*, 12(45), 71-90.  
<https://doi.org/10.26457/recein.v12i45.857>

Esteban Sedano, A. B. (2021). Una versión fuerte del teorema fundamental del cálculo.

Estevez, S. (2021). *El análisis didáctico de una secuencia de actividades con GeoGebra como software de geometría dinámica en el marco de un dispositivo de formación docente continua* [Doctoral dissertation, Universidad Nacional de La Plata] Repositorio institucional de la UNLP <https://edici.unlp.edu.ar/handle/10915/122531>.

Fuster, J. L. L., & Gómez, F. J. S. (1997). Una interpretación de las dificultades en el aprendizaje del concepto de integral. *Divulgaciones Matemáticas*, 5(1/2), 61-76.

- Galán, Y. I. J., Ramírez, M. A. G., & Jaime, J. H. (2011). Propuesta de un modelo para la evaluación integral del proceso enseñanza-aprendizaje acorde con la Educación Basada en Competencias. CPU-e, Revista de Investigación Educativa, (13), 1-25.
- González, R. A., & Ruiz, L. F. A. (2014). Propuesta didáctica para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo integral en una variable. REFCaIE: Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa. ISSN 1390-9010, 2(2), 21-34.
- Guachún, F. P., Rojas, M. A., y Rojas, I. A. (2020). El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de la Integral definida: Una propuesta didáctica. <https://positorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/1882/1/182-192.pdf>
- Guillén, Y. M., y Rodríguez, L. E. L. (2021). El GeoGebra en la clase de matemática de la enseñanza media desde los móviles. VARONA, (73).
- Hernández, F. L., Saldaña, N. N., Fonseca, A. A., & Hernández, P. L. (2015). Arribando a la integral definida con el GeoGebra. Cultura Científica y Tecnológica, (49).
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2021). Metodología de la investigación (7ma ed.). McGraw Hill.
- lafrancesco, G. (2004). Evaluación integral y del aprendizaje. COOP. EDITORIAL MAGISTERIO.
- Lupiáñez, J. L., y Moreno, L. (2001). Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas.
- Martínez-Planell, R., y Trigueros, M. (2021). Multivariable calculus results in different countries. *ZDM—Mathematics Education*, 53(3), 695-707.
- Maúrtua Aguilar, J. L. (2019). *Estrategias metodológicas basadas en acción proceso objeto esquema y comprensión de la integral definida en estudiantes de los colegios de alto rendimiento.*
- Medina Bermúdez, C. I. (2001). Paradigmas de la investigación sobre lo cuantitativo y lo cualitativo. Ciencia E Ingeniería Neogranadina, 10, 79–84. <https://doi.org/10.18359/rcin.1382>

- Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. (20 de 05 de 2021). Tutorial de Geogebra. Obtenido de file:///C:/Users/hp/Downloads/e3ec38-tutorialgeogebra%20(1).pd
- Napfiah, S. (2021). Identification of Understanding Student in Solving Integral Calculus Based on Mathematical Ability. *Journal of Education and Learning Mathematics Research (JELMaR)*, 2(2), 7-13.
- Ramdani, N. E. (2018). *Sur les méthodes de projection et applications aux équations intégrales et intégro-différentielles* [Doctoral dissertation, Université de Batna 2].
- Ramírez, B. (2021). GeoGebra en 2D y 3D como recurso didáctico en un curso de integración múltiple: una experiencia de enseñanza-aprendizaje. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 21(1), 1-17.
- Ramírez, S. L., Rodríguez, L. E. L., y Benítez, E. M. G. (2021). Usos innovadores del software GeoGebra en la enseñanza de la matemática. *VARONA*, (72).
- Ramos, C. A. (2015). Los paradigmas de la investigación científica. *Avances en psicología*, 23(1), 9-17.
- Rivera Bombón, J. E. (2022). *Software educativo GeoGebra y el aprendizaje de la matemática en los estudiantes del octavo grado paralelos "A" y "B" de educación general básica de la Unidad Educativa Dr. José María Velasco Ibarra, del cantón Latacunga* [Bachelor's thesis, Universidad Técnica de Ambato-Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación-Carrera de Educación Básica].
- Ruiz Galeano, L. G. (2022). *Implementación del software GeoGebra en el estudio de la integral definida y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa San Francisco*.
- Salas, R. (2018). Uso del ciclo de Deming para asegurar la calidad en el proceso educativo sobre las Matemáticas. *Revista Ciencia UNEMI*, 11(27), 8-19.

- Sánchez, R. W., y Borja, A. M. (2022). GeoGebra en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas. *Dominio de las Ciencias*, 8(2), 33-52. <http://dx.doi.org/10.23857/dc.v8i2.2737>
- Santamaría, B. A. R. (2021). GeoGebra en 2D y 3D como recurso didáctico en un curso de integración múltiple: una experiencia de enseñanza-aprendizaje. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 21(1), 1-18. *Uniciencia*, 34(1), 219-245. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.34-1.13>
- Vahos, L. E. G., Muñoz, L. E. M., y Londoño, D. A. (2019). El papel del docente para el logro de un aprendizaje significativo apoyado en las TIC. *Encuentros*, 17(02), 118-131.
- Velásquez Izquierdo, W. (2023). El teorema fundamental del cálculo desde la perspectiva del software de geometría dinámica Geogebra.
- Veritasium en español. (2022, 1 de mayo). El Mayor Mito sobre la Educación [video]. YouTube. <https://youtu.be/gcEiwX7JpNs>
- Ruiz Galeano, L. G. (2022). Implementación del software GeoGebra en el estudio de la integral definida y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa San Francisco.
- Alcívar Castro, E., Zambrano Alcívar, K., Párraga Zambrano, L., Mendoza García, K., & Zambrano Villegas, Y. (2019). GEOGEBRA EDUCATIONAL SOFTWARE. PROPOSAL OF METHODOLOGICAL STRATEGY TO IMPROVE THE LEARNING OF MATHEMATICS. *Universidad Ciencia Y Tecnología*, 23(95), 59-65. Retrieved from <https://uctunexpo.autanabooks.com/index.php/uct/article/view/247>
- Castro, E. A., Alcívar, K. Z., Zambrano, L. P., García, K. M., & Villegas, Y. Z. (2019). Software educativo geogebra. propuesta de estrategia metodológica para mejorar el aprendizaje de las matemáticas. *Universidad Ciencia y Tecnología*, 23(95), 59-65.
- Fouz, F., & De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Un paseo por la geometría, 16, 67-81.

- P. Van Hiele, Structure and insight, Academic Press, New York, 1986
- Arias Gonzáles, J. L. (2020). Técnicas e instrumentos de investigación científica.
- Mousalli-Kayat, G. (2017). Los instrumentos de evaluación en la investigación educativa. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/321397866\\_Los\\_Instrumentos\\_de\\_Evaluacion\\_en\\_la\\_Investigacion\\_Educativa.02/02/2018](https://www.researchgate.net/publication/321397866_Los_Instrumentos_de_Evaluacion_en_la_Investigacion_Educativa.02/02/2018).
- Fernández, J. M., & Pedrero, E. F. (2008). Construcción de instrumentos de medida para la evaluación universitaria. *Revista de investigación en educación*, 5(1), 13-25.
- Oliver, E. B. V., Serrano, M. D. C. C., Paez, G. R. G., Tirado, A. M. P., & Ríos, S. M. A. (2017). EL USO DE SOFTWARE GEOGEBRA COMO ESTRATEGIA EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DIFERENCIAL EN DOS INSTITUTOS TECNOLÓGICOS. *Pistas Educativas*, 38(124).
- Lara, M. D. L. F., & Salinas, W. E. A. (2022). Secuencia didáctica apoyada con el software GeoGebra y problemas de optimización para el estudio de conceptos de cálculo diferencial. *Relaciones humanas, vinculación y registros de representación en las disciplinas científicas, la apuesta del siglo XXI*, 9.
- Colquepisco Paucar, N. T. (2018). Software Geogebra en el aprendizaje de las derivadas e integrales en estudiantes universitarios de Cañete.
- García, M. D. M. (2011). Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula (Doctoral dissertation, Universidad de Almería).

## Anexos

### RESPUESTAS DEL CUESTIONARIO

#### CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN SOBRE EL USO DE GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE INTEGRALES DEFINIDAS

##### INFORMACIÓN DEMOGRÁFICA

NOMBRE:

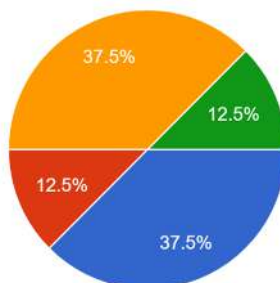
EDAD:

CURSO:

INSTITUCIÓN:

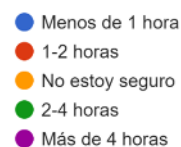
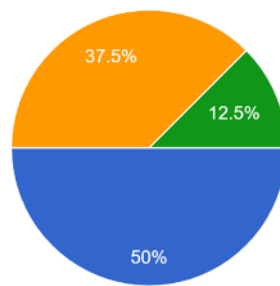
##### 1. ¿Con qué frecuencia has utilizado GeoGebra para estudiar integrales definidas?

- a) Nunca
- b) Muy rara vez
- c) Ocasionalmente
- d) Usualmente
- e) Siempre



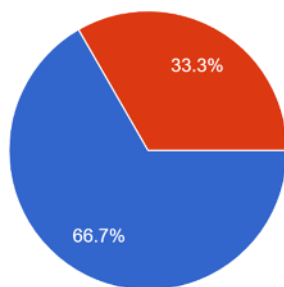
##### 2. ¿Cuánto tiempo aproximado has dedicado al uso de GeoGebra para integrales definidas durante las últimas semanas?

- a) Menos de 1 hora
- b) 1-2 horas
- c) No estoy seguro
- d) 2-4 horas
- e) Más de 4 horas



**3. ¿Qué tipo de actividades relacionadas con integrales definidas has realizado con GeoGebra? (Selecciona todas las que correspondan)**

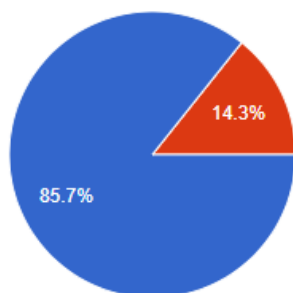
- a) Graficar funciones y áreas bajo las curvas
- b) Encontrar el valor numérico de integrales definidas
- c) Explorar el comportamiento de funciones de integración definida
- d) Analizar el efecto de cambiar los límites de integración



- Graficar funciones y áreas bajo las curvas
- Encontrar el valor numérico de integrales definidas
- Explorar el comportamiento de funciones de integración definida
- Analizar el efecto de cambiar los límites de integración

**4. ¿Te sientes más cómodo resolviendo problemas de integrales definidas utilizando GeoGebra en comparación con métodos tradicionales (papel y lápiz)?**

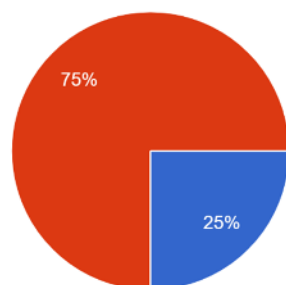
- a) Mucho más cómodo
- b) Algo más cómodo
- c) No estoy seguro
- d) Igual de cómodo
- e) Menos cómodo



- Mucho más cómodo
- Algo más cómodo
- No estoy seguro
- Igual de cómodo
- Menos cómodo

5. ¿Qué características de GeoGebra encuentras más útiles para el estudio de integrales definidas? (Selecciona todas las que correspondan)

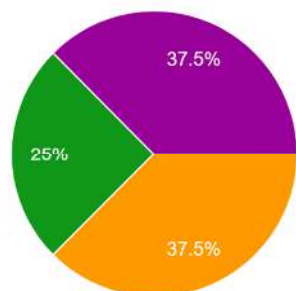
- a) Graficación interactiva
- b) Cálculo automático de áreas bajo las curvas
- c) Visualización de la región de integración
- d) Cambio dinámico de límites de integración



- Graficación interactiva
- Cálculo automático de áreas bajo las curvas
- Visualización de la región de integración
- Cambio dinámico de límites de integración

6. ¿Crees que GeoGebra ha mejorado tu comprensión de conceptos relacionados con integrales definidas?

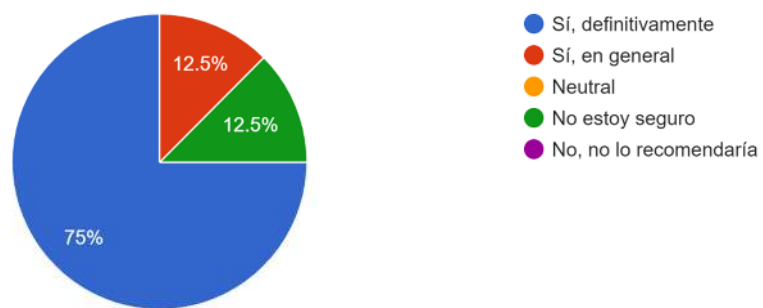
- 1 No ha mejorado en absoluto
- 2 No ha mejorado casi nada
- 3 No estoy seguro
- 4 Ha mejorado un poco
- 5 Ha mejorado significativamente



- No ha mejorado en absoluto
- No ha mejorado casi nada
- No estoy seguro
- Ha mejorado un poco
- Ha mejorado significativamente

7. ¿Recomendarías el uso de GeoGebra para el aprendizaje de integrales definidas a otros estudiantes?

- a) Sí, definitivamente
- b) Sí, en general
- c) Neutral
- d) No estoy seguro
- e) No, no lo recomendaría



Gracias por tomarte el tiempo para completar esta encuesta. Tu opinión es valiosa y nos ayudará a mejorar nuestros métodos de enseñanza.