

UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA

La Universidad Católica de Loja

ÁREA SOCIOHUMANÍSTICA

**MAGÍSTER EN EDUCACIÓN MENCIÓN ENSEÑANZA DE
LA MATEMÁTICA**

TRABAJO DE TITULACIÓN

Aprendizaje combinado en la enseñanza de Geometría en el
primer año del bachillerato unificado: caso Colegio de
Bachillerato Zumba, Zamora Chinchipe

Autor: Armijos Rivera, Víctor Hugo

Director: Serrano Agila, Richard

LOJA - ECUADOR

2021



Esta versión digital, ha sido acreditada bajo la licencia Creative Commons 4.0, CC BY-NY-SA: Reconocimiento-No comercial-Compartir igual; la cual permite copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra, mientras se reconozca la autoría original, no se utilice con fines comerciales y se permiten obras derivadas, siempre que mantenga la misma licencia al ser divulgada. <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es>

2021

Aprobación del director del trabajo de titulación

Loja, 30 de Septiembre de 2021

Doctor.

Delgado Fernández José Ramón

Coordinador de programa de posgrados

Ciudad. -

De mi consideración:

El presente trabajo de titulación denominado: Aprendizaje combinado en la enseñanza de Geometría en el primer año del bachillerato unificado: caso Colegio de Bachillerato Zumba, Zamora Chinchipe realizado por Armijos Rivera Víctor Hugo, ha sido orientado y revisado durante su ejecución, por cuanto se aprueba la presentación del mismo. Así mismo, certifico que dicho trabajo de titulación ha sido revisado por la herramienta antiplagio institucional.

Particular que comunico para los fines pertinentes.

Atentamente,

Firma del Director del Trabajo de Titulación

Ph.D. Richard Serrano Agila

C.I: 1103042378

Declaración de autoría y cesión de derechos

“Yo, Armijos Rivera Víctor Hugo, declaro y acepto en forma expresa lo siguiente:

- Ser autor del Trabajo de Titulación denominado: Aprendizaje combinado en la enseñanza de Geometría en el primer año del bachillerato unificado: caso Colegio de Bachillerato Zumba, Zamora Chinchipe, del Programa de posgrado Maestría en Educación mención Enseñanza de la Matemática, específicamente de los contenidos comprendidos en: Introducción, Capítulo 1. Marco teórico, Capítulo 2. Metodología, Capítulo 3. Discusión y análisis de resultados, Conclusiones y Recomendaciones, siendo el Ph.D. Richard Serrano Agila, director del presente trabajo; y, en tal virtud, eximo expresamente a la Universidad Técnica Particular de Loja y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones judiciales o administrativas, en relación a la propiedad intelectual. Además, ratifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo son de mi exclusiva responsabilidad.
- Que mi obra, producto de mis actividades académicas y de investigación, forma parte del patrimonio de la Universidad Técnica Particular de Loja, de conformidad con el artículo 20, literal j), de la Ley Orgánica de Educación Superior; y, artículo 91 del Estatuto Orgánico de la UTPL, que establece: “Forman parte del patrimonio de la Universidad la propiedad intelectual de investigaciones, trabajos científicos o técnicos y tesis de grado que se realicen a través, o con el apoyo financiero, académico o institucional (operativo) de la Universidad”.
- Autorizo a la Universidad Técnica Particular de Loja para que pueda hacer uso de mi obra con fines netamente académicos, ya sea de forma impresa, digital y/o electrónica o por cualquier medio conocido o por conocerse, sirviendo el presente instrumento como la fe de mi completo consentimiento; y, para que sea ingresada al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública, en cumplimiento del artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Firma:

Autor: Armijos Rivera Víctor Hugo

C.I.: 1900712710

Dedicatoria

A Dios

A la Virgen de El Cisne

A mi madre

A mis hermanos

Agradecimiento

Agradezco primeramente a Dios, y, a mi madre María Vidalina Rivera por todo el apoyo incondicional que me ha dado durante mis estudios de la maestría. A mis hermanos Nancy, Erney, Neyba, Keli y Lenin por estar siempre alentándome en todos los momentos. Además, quiero expresar mis más profundos agradecimientos y estima al Ph.D. Richard Serrano como tutor de tesis, quien con su paciencia, compromiso y tiempo me orientó en el desarrollo del trabajo investigativo.

Por otro lado, quiero reconocer el sacrificio y esmero de todos los maestros que formaron parte de mi formación de cuarto nivel tales como Dr. Carlos Julio Restrepo, Dr. Ángel Homero Flores, Dr. Gonzalo Fernando Morales, Dra. María Elvira Aguirre, Mgtr. Miury Placencia Tapia, Dr. Wilson Elías Guanoquiza, M.Sc. Darwin Patricio Castillo y la M.Sc. Yuliana del Cisne Jiménez.

Finalmente, quiero agradecer al Mgtr. Marco Antonio Ayala por las sugerencias brindadas en el trabajo final.

Índice de contenidos

Carátula	I
Aprobación del director del trabajo de titulación.....	II
Declaración de autoría y cesión de derechos	III
Dedicatoria	V
Agradecimiento.....	VI
Índice de contenidos.....	VII
Resumen	1
Abstract	2
Introducción.....	3
Capítulo uno	5
Marco teórico.....	5
Aprendizaje combinado en la enseñanza.....	5
1.1 Aprendizaje combinado	5
1.2 Importancia del aprendizaje ubicuo dentro del aprendizaje combinado	6
1.3 Diseño del sistema del aprendizaje combinado.	8
1.4 La enseñanza actual de la geometría y su rol.....	10
1.4.1 <i>Importancia de las tecnologías en la aplicación de la enseñanza - aprendizaje de la geometría</i>	11
1.4.2 <i>Capacidades Geométricas</i>	13
1.4.3 <i>Requisitos previos para el aprendizaje de la geometría</i>	14
1.4.4 <i>Geometría de la recta</i>	15
1.5 Evidencias de trabajos similares.....	17
Capítulo dos	20
Metodología.....	20
2.1 Diseño metodológico	20
2.2 Modelo y diseño de la investigación.....	20
2.3 Selección de la muestra.....	20
2.4 Técnica y procedimientos de la recolección de la información.....	21
Capítulo tres	23
Discusión y análisis de resultados	23
3.1 Valoración del recurso creado en GeoGebra	23
3.2 Datos.....	26
3.3 Resultados de la evaluación	29
3.4 Discusión.....	33
Conclusiones	36
Recomendaciones	38
Referencias	39
Apéndices.....	44

Índice de tablas

Tabla 1 Ventajas del aprendizaje combinado en las instituciones educativas, docentes y estudiantes.....	6
Tabla 2 Atributos de GeoGebra al aplicar en el aula de clases	13

Tabla 3 Descripción de las dimensiones geométricas	14
Tabla 4 Elementos básicos de la recta	15
Tabla 5 Tipo de ecuaciones en la geometría analítica	17
Tabla 6 Hallazgos de trabajos similares	17
Tabla 7 Graficar ecuaciones de la recta	23
Tabla 8 Satisfacción de GeoGebra para identificar elementos de la recta	24
Tabla 9 Amigabilidad de GeoGebra	24
Tabla 10 GeoGebra mejora la capacidad geométrica.....	25
Tabla 11 Desarrollo de las capacidades geométricas.....	25
Tabla 12 Las clases impartidas con GeoGebra son interactivas, dinámicas y productivas.....	25
Tabla 13 Prueba de normalidad de las capacidades geométricas de estudio.....	29
Tabla 14 Prueba de homogeneidad de las capacidades geométricas de estudio.....	29
Tabla 15 Comparación de medias emparejadas en las capacidades geométricas a nivel intra - grupal.....	31
Tabla 16 Comparación de medias independientes en las capacidades geométricas a nivel inter - grupal.....	32

Índice de figuras

Figura 1 Imagen del plano cartesiano	16
Figura 2 Flujograma de la metodología.....	22
Figura 3 Frecuencia de intervalo de calificaciones de la capacidad de comunicación geométrica antes y después del tratamiento del grupo experimental y de control.....	26
Figura 4 Frecuencia de intervalo de calificaciones de la capacidad de razonamiento - demostración antes y después del tratamiento del grupo experimental y de control	27
Figura 5 Frecuencia de intervalo de calificaciones de la capacidad de resolución de problemas antes y después del tratamiento del grupo experimental y de control.....	28
Figura 6 Representación de las medias emparejadas de las capacidades geométricas a nivel intra - grupal	30
Figura 7 Representación de las medias independientes de las capacidades geométricas a nivel inter - grupal	31

Resumen

El aprendizaje combinado como nueva metodología mixta incentiva a los maestros buscar estrategias innovadoras para mejorar la motivación en el proceso de enseñanza aprendizaje y el rendimiento académico de los estudiantes. Por lo que, es importante hacer una comparación significativa a nivel bachillerato entre la aplicación del *blended learning* con el uso de recursos didácticos que tengan conexión con el *software* GeoGebra y la enseñanza tradicional; para disminuir las dificultades encontradas en las bajas calificaciones. Por lo tanto, el presente trabajo se desarrolló con el objetivo de evaluar la metodología del aprendizaje combinado en la enseñanza de los contenidos de la geometría — la recta —. Se evaluó a 16 educandos en tres dimensiones como capacidad de comunicación geométrica, razonamiento – demostración y resolución de problemas; considerando dos grupos, experimental y control. Los resultados obtenidos, mostraron que las medias del grupo experimental después del tratamiento fueron superiores significativamente en la capacidad de razonamiento – demostración en 0.91 y resolución de problemas en 1.54 que las medias del grupo de control; sin embargo, las medias de la capacidad de comunicación geométrica son iguales inferencialmente.

Palabras claves: *software* GeoGebra, aprendizaje combinado, la recta

Abstract

Blended learning as a new mixed methodology encourages teachers to seek innovative strategies to improve motivation in the teaching-learning process and student academic performance. Therefore, it is important to make a meaningful comparison at the high school level between the application of blended learning with the use of didactic resources that have a connection with GeoGebra software and traditional teaching; to reduce the difficulties encountered in low grades. Therefore, the present work was developed with the objective of evaluating the blended learning methodology in the teaching of geometry contents — the line —. Sixteen students were evaluated in three dimensions such as geometric communication skills, reasoning - demonstration and problem solving; considering two groups, experimental and control. The results obtained showed that the means of the experimental group after treatment were significantly higher in reasoning-demonstration ability in 0.91 and problem solving in 1.54 than the means of the control group; however, the means of geometric communication ability are inferentially equal.

Keywords: GeoGebra software, blended learning, the line

Introducción

Frente a la preocupación por el bajo interés del aprendizaje de la geometría por parte de los estudiantes debido a la falta de innovación a las metodologías tradicionales, se busca nuevas prácticas académicas que contribuyan al proceso integral de la enseñanza dentro del sistema educativo. En efecto, motivó como objetivo general el interés de evaluar el aprendizaje combinado en la enseñanza de los contenidos de la geometría — la recta — dentro del marco de la geometría euclidiana, cartesiana y analítica. Esto es, para que el educando deje de ser un receptor pasivo de información a un generador activo de conocimiento, estimulando la creatividad y la motivación.

Dado lo mencionado anteriormente, es necesario aplicar una pedagogía emergente la cual esté relacionada con la tecnología y el estudiante tenga más ventajas sincrónicas y asincrónicas en el desarrollo cognitivo. Aprender geometría permite tener una mejor visualización de los problemas de la vida cotidiana, para tener un pensamiento crítico y reflexivo, lo que permite comunicar de manera simbólica, verbal, escrita, gráfica o tecnológica.

En este sentido, dentro del aprendizaje combinado se utiliza recursos didácticos que tienen conexiones con el *software* GeoGebra para la simulación de ensayos de la geometría de la recta, cuya finalidad es el de mejorar las capacidades de demostración - razonamiento, resolución de problemas y comunicación geométrica. Para indagar a profundidad esta nueva metodología de enseñanza se formula la siguiente pregunta ¿En qué medida la aplicación del *software* GeoGebra como recurso didáctico ayuda a comprender los contenidos teóricos y prácticos del lugar geométrico de la recta?

En concreto, para dar respuesta a la interrogante antes mencionada, la investigación presenta la siguiente hipótesis “La aplicación del aprendizaje combinado tiene efectos positivos en el logro de las capacidades geométricas”. La metodología usada es cuantitativa, analítica y descriptiva en donde se selecciona de manera aleatoria al grupo experimental y control mismos que son equivalentes en género, rendimiento académico y edades. En primer lugar, a los grupos se les aplicó una prueba *Pre-Test*, a continuación, al grupo experimental se aplicó la metodología combinada y al de control la metodología tradicional.

Consecuentemente, se les realizó la *Post-Test*. Finalmente, al primer grupo se les ejecutó un cuestionario de satisfacción. Toda la información encontrada ha sido procesada por la prueba *T de Student*. La investigación está dividida en tres partes que se detalla a continuación:

Capítulo uno: se da una revisión teórica del método de enseñanza combinada, las ventajas, características del diseño del sistema educativo combinado, el rol actual de la geometría y las clases de la geometría de la recta. Además, se hace referencia a trabajos similares y su metodología empleada que sirve de base para el estudio.

Capítulo dos: se indica la metodología adecuada para formalizar la investigación, en donde se describe la utilización del material didáctico, *software* GeoGebra y los instrumentos de toma de datos. Asimismo, los estudiantes fueron observados en dos grupos, seleccionados de manera aleatoria estratificada; por lo tanto, se obtiene el grupo experimental y el grupo de control, así como la forma que se trata de examinar la información.

Capítulo tres: se realiza un análisis y discusión de los resultados obtenidos, los resultados de la evaluación y la valorización de los recursos seleccionados para observar las relaciones y las limitaciones del estudio. Finalmente, se dan las conclusiones y recomendaciones.

Los objetivos específicos de la investigación a llevar a cabo se citan a continuación:

Elaborar material didáctico para aplicar la metodología Aprendizaje Combinado para la enseñanza de Geometría.

Evaluar la aplicación de la metodología Aprendizaje Combinado en un grupo de estudiantes de Bachillerato.

Determinar los resultados del proceso enseñanza - aprendizaje al aplicar la metodología Aprendizaje Combinado.

Para terminar, los resultados obtenidos permitieron comprobar la hipótesis planteada. Por ende, la investigación tiene relevancia para la Institución objeto de estudio, los docentes y estudiantes que forman parte de la población de Zumba, para que experimenten nuevas metodologías activas con el fin de tener clases interactivas, flexibles y productivas; por consiguiente, mejorar el rendimiento académico de los estudiantes.

Capítulo uno

Marco teórico

Aprendizaje combinado en la enseñanza

1.1 Aprendizaje combinado

Es un modelo educativo *blended learning* que se sostiene en varias teorías de la enseñanza-aprendizaje como: el cognitivism, humanismo, conductismo, constructivismo y actualmente el conectivismo (Calderón y Córdova, 2020). La modalidad del aprendizaje combinado está teniendo una tendencia de crecimiento en los últimos años por la generación de la sociedad en red; además, por la mezcla de la enseñanza tradicional y *e-learning*.

La importancia de realizar cambios en el modelo educativo proporciona nuevos ambientes de aprendizaje, sin dejar de lado las fortalezas que tiene la enseñanza tradicional, más bien fortalecer y facilitar un proceso educativo innovador y manejable en la cultura digital que actualmente está presente. Es decir, para incorporar las TIC en el sistema educativo, es necesario ir perfeccionando y acoplado métodos, modelos y medios dentro de la enseñanza (Villalva et al., 2020).

El aprendizaje combinado, también llamado *blended learning*, aprendizaje híbrido o mezclado desde diversas percepciones implica un resultado de valor agregado en la ecología y divergencia de medios; lo que permite integrar perfectamente lo planificado de la presencialidad a la virtualidad. En la metodología combinada el estudiante tiene diversas rutas y actividades que le permiten acercarse a la realidad más cercana, permitiendo al educando ser un receptor y generador de información.

A continuación, en la tabla 1 se menciona algunas ventajas citadas por investigaciones de Beltrán (2017) y Cabero y Marín (2018), del modelo del aprendizaje combinado tanto en la institución, docentes y el eje central que es el estudiante.

Tabla 1

Ventajas del aprendizaje combinado en las instituciones educativas, docentes y estudiantes

Categoría	Ventajas
Instituciones	Mayor número de estudiantes al establecimiento educativo Curiosidad por la nueva metodología Combinación del método de enseñanza - aprendizaje del conductismo y conectivismo Mejorar el índice de abandono estudiantil; y Mejorar el marco conceptual en la formación docente
Docentes	Facilitar el trabajo al docente Registro de notas automáticamente Mayor facilidad para que el docente genere actividades didácticas, y Mejorar la comunicación e interacción entre el docente y estudiantes
Estudiantes	Mejorar la productividad del rendimiento académico Aumenta la motivación debido a su mejor rendimiento Disminución de la deserción estudiantil Las actividades son más comprensibles para el estudiante Acceso a través de internet a recursos y servicios educativos Aprendizaje ubicuo Acceso democrático a la educación Entrenamiento basado en computadoras CBT Plataformas gestoras de Aprendizaje -LMS, y, Entrenamiento basado en la Web WBT.

Nota. Adaptado de Beltrán, (2017); Cabero y Marín, (2018).

1.2 Importancia del aprendizaje ubicuo dentro del aprendizaje combinado

Siendo el aprendizaje combinado un sistema que permite orientar las necesidades de la presente década, en la cual se genera una construcción activa del conocimiento para que el estudiante deje de ser un simple receptor de información a un generador de conocimiento; admitiendo así que el maestro y estudiante aprenden juntos, por lo que garantiza a sus educandos la democratización del conocimiento de manera que esté al alcance de cualquier nivel de una sociedad (Velandia-Mesa et al., 2017).

De lo mencionado en líneas anteriores, se puede expresar que un aprendizaje activo – ubicuo es el aprendizaje que ocurre en cualquier momento y en cualquier lugar (Báez y Clunie, 2019). Gracias a un sistema electrónico se puede sujetar una revolución educativa en

la etapa de *e-learning*, por lo que el educando se adapta a un nuevo formato de gestión de prácticas, de tutorías el cual exige un trabajo más organizado.

Las particularidades del aprendizaje ubicuo según la *University of Illinois* citado en Flores y García (2017) son las siguientes:

Cognitivamente integrada: las tecnologías de la información y comunicación (TIC) y el avance tecnológico benefician el aprendizaje en los diferentes niveles de formación, especialmente en el nivel medio y universitario, que le permiten al estudiante irse relacionando con la vida real, y de esa forma los educandos tengan un mundo abierto de conocimiento y la creatividad entre el dispositivo y la enseñanza para caminar a los algoritmos de búsqueda y ontología.

Interactiva: permite familiarizarse con la tecnología con facilidad (educando, docente y la máquina) y esta puede ser mediante la forma sincrónica o asincrónica, dando una interacción reflexiva y consciente con la información propuesta en recursos didácticos (Medina-Chicaiza et al., 2017), tales como:

- Entornos Virtuales de Aprendizaje
- Recursos Multimedia
- Actividades de comunicación virtual
- Webinars, clases online y video conferencias
- Documentos y manuales que puedan ser descargados
- Educación por competencias
- Trabajos por proyectos
- Flipped Learning

Participativa: la facilidad de adaptación — ecología tecnológica —, interacción y participación de los estudiantes con la forma en que se presenta los contenidos didácticos permite crear un proceso de comunicación multidireccional; es decir, generar una cultura participativa. Según Alvarez (2019), la capacitación docente, el contenido educativo y la conectividad a través de las cualidades de *e-learning* junto con *u-learning* fortalecen el

aprendizaje híbrido sobre modelos pedagógicos tradicionales dando movilidad e inclusión en el proceso de enseñanza globalizado y comunitario omnipresente.

Situada: la información puede procesarse en cualquier lugar y el usuario puede interactuar con ella en cualquier zona geográfica que se encuentre. Por lo que el aprendizaje ubicuo es capaz de garantizar el conocimiento para todos en sentido de pertinencia y trabajo colaborativo.

Espacialmente y temporalmente agnóstica: esta particularidad es de gran importancia para el aprendizaje, por la inexistencia de barreras tales como el tiempo y espacio, por lo que, el docente y estudiantes pueden trabajar, interactuar y planificar en cualquier horario.

Intuitiva: con tecnología *e-learning* amigable, fácil manejo de las TIC, fácil visualización, entrega de recursos didácticos y el buen uso de la tecnología existe un verdadero significado del aula intuitiva (Mejía et al., 2017).

1.3 Diseño del sistema del aprendizaje combinado.

A la hora de implementar un sistema de aprendizaje combinado se debe tener en cuenta la parte didáctica, pedagógica y tecnológica. Estas tres características fundamentales tienen que tener un papel esencial para el apoyo y evaluación en la recepción y generación de conocimiento en el educando.

Los elementos que conforman un sistema combinado se presentan a continuación:

Fundamentación teórica-metodológica: en cuanto al material didáctico y la pedagogía aplicada a la educación según Sandia et al., (2019) éstos se posicionan en un lugar privilegiado por el ajuste del contenido — fondo educativo —. La creación de recursos didácticos dirigidos a la variedad de tecnología tiene una visión innovadora en el proceso de enseñanza – aprendizaje distante a la enseñanza tradicional.

De acuerdo a Londoño (2019) para lograr un aprendizaje significativo tiene que haber un enfoque global en los objetivos propuestos y la estrategia metodológica para causar una actitud reflexiva y activa, basándose en vínculos conceptuales y procesos de problemas de la vida cotidiana. La fundamentación teórica y la metodológica se construye a partir del

debate, análisis, creatividad, duda y experimentación para que permita tener una relación con el entorno.

Integración en el sistema: al construir un proceso innovador, el material didáctico tiene que estar acorde a la tecnología empleada y al alcance de todos los estudiantes; es decir, que la enseñanza se base en principios éticos, pedagógicos y didácticos. La metodología empleada tiene que estar acompañada de herramientas tecnológicas precisas y explícitas de fácil usabilidad y adaptabilidad a la edad del estudiantado.

Ambientes virtuales de aprendizaje ubicuo: el aprendizaje combinado tiene una característica importante el cual es el aprendizaje ubicuo. Por ende, los ambientes virtuales de aprendizaje (AVA) coadyuvan con pedagogías emergentes que apoyan al proceso educativo. Aparicio-Gómez y Ostos-Ortiz (2021) manifiestan que los ambientes virtuales han dado la oportunidad de pasar de la educación 1.0 a la educación 4.0. debido a la conectividad, la web 2.0, plataformas LMS y tecnología móvil. En palabras de Morales y Curiel (2019) los AVA son dinámicos y activos para beneficiar el desarrollo social, cognitivo y afectivo de los estudiantes.

Programación y coordinación docente: para que el aprendizaje combinado sea crítico y creativo, la programación y coordinación de la tecnología debe ser discutida y tratada, por lo que el docente debe cumplir un nuevo rol. Con base en Rodríguez (2019) el currículo debe estar orientado a las nuevas tecnologías interactivas que motiven al estudiante, con el fin de cubrir las necesidades, afrontar dilemas y tomar decisiones tanto en la evaluación como en las modalidades de uso. La programación y coordinación debe ir enfocado a “los principales problemas del centro: alteración de la convivencia, falta de motivación, bajo nivel académico y absentismo” (Rodríguez, 2019, pág. 4); para alcanzar metas, adquirir competencias educativas y un buen ámbito académico.

Presencia docente: desde el punto de vista de la construcción de aprendizajes *b-learning*, el profesor debe ser competente de tramitar presencia en ausencia, para que el estudiante sea el generador de su propio aprendizaje. Como plantea Anderson, Rourke y Archer citados en Gema de (2016) “la importancia de la presencia docente en entornos

virtuales, manifiestan y llaman la atención sobre la necesidad de que el profesor asuma ciertas responsabilidades y satisfaga un papel importante en estos entornos” (pág. 36-37). Esto es, con el propósito de que el docente y el educando tengan una comunicación y aprendizaje efectivo.

Presencia estudiantil: la participación activa de los estudiantes es fundamental en un modelo de enseñanza- aprendizaje, que está orientado al desarrollo de las capacidades y formación de un pensamiento crítico para mejorar el interés académico de los mismos. La presencia estudiantil gestiona su ritmo de aprendizaje siempre basado en el apoyo de la Tecnología de Información y Comunicación (TIC) y recursos de apoyo; en este sentido, el aprendizaje *b-learning* también motiva al estudiante a la participación activa mediante la modalidad asincrónica (Avila et al., 2019).

Comunicación: la comunicación en el sistema de educación innovador es sincrónica y asincrónica: la sincrónica es una comunicación en tiempo real y la asincrónica es la comunicación que no requiere respuesta inmediata (Arce y Sánchez, 2019). La enseñanza se vuelve más flexible; por lo que, el estudiante tiene un poco más de libertad a la hora de decidir e interactuar con sus tutores.

Retroalimentación y evaluación: la innovación en la evaluación del aprendizaje y una retroalimentación eficaz promueve a que el educando se evalúe por sí solo. La retroalimentación mejora la comprensión, reorienta y contribuye a encontrar elementos de un aprendizaje experiencial (Canabal y Margalef, 2017).

1.4 La enseñanza actual de la geometría y su rol

Actualmente, el Currículo Nacional del Ecuador, a nivel de bachillerato especifica las destrezas matemáticas en seis ejes temáticos: Números Reales, Funciones Reales y Radicales, Límites y Derivadas de las Funciones, Vectores, Geometría y Estadística. Cada uno de estos temas sirven para generar conocimiento general en el proceso de enseñanza - aprendizaje del estudiante.

En específico, la geometría resulta muy útil en la aplicación de resolución de problemas de la vida cotidiana y el mejoramiento de habilidades matemáticas. Para Amador,

(2017) la geometría cumple un papel destacado en el campo educativo y el progreso de la sociedad, permitiendo desarrollar un pensamiento crítico y reflexivo.

1.4.1 Importancia de las tecnologías en la aplicación de la enseñanza - aprendizaje de la geometría

Hacia la búsqueda de un aprendizaje activo del estudiante, las instituciones educativas se dotan de nuevas tecnologías, entre ellas están los *software* y plataformas. En el proceso de enseñanza - aprendizaje el campo de la geometría es donde se tiene más problemas dentro del marco de la matemática (Fernández y Gamboa, 2018). La introducción de tecnología en el diseño micro curricular de la geometría involucra algunas interrogantes tanto para maestros y estudiantes ya sea en la implementación como en el uso del *software* y herramientas digitales que garanticen la efectividad del aprendizaje. A continuación, se describen algunas de ellas:

1.4.1.1 Kahoot! y Quizizz. Son herramientas digitales interactivas que facilitan trabajar de forma sincrónica y asincrónica mediante las cuales el docente puede realizar cuestionarios y actividades en cualquier espacio y en cualquier momento. Según Bolaños et al., (2020) las herramientas Kahoot! y Quizizz son de gran utilidad a nivel de Educación General Básica Superior (EGBS) dentro de la geometría, dado que fomentan el aprendizaje dinámico y significativo reflejado en resultados satisfactorios en el incremento de la atención, interés y competencia sana; así como, generando compromiso y motivando a los educandos a un ambiente cómodo, social y divertido.

1.4.1.2 Socrative. *Socrative* es una herramienta que permite trabajar con actividades síncronas y asíncronas, facilita la creación de cuestionarios y obtención de una calificación académica en tiempo oportuno, esto significa que el docente puede interactuar con sus estudiantes dentro y fuera del aula.

Las estrategias de la enseñanza de la geometría con la combinación de tecnologías de información y comunicación (TIC), ofrecen una mejor dotación de recursos didácticos y con ello conlleva a una mejor comprensión de la clase. Teniendo en cuenta a González y Guillén (2017) la utilización de la herramienta *Socrative* en el proceso educativo de la

geometría analítica a nivel primario aumenta la motivación y permite al maestro obtener información académica individual para analizar el proceso formativo más diverso de cada estudiante, concretizando la integración del conocimiento y la creatividad estudiantil.

A nivel de educación superior, de acuerdo a Graciela y Montenegro (2019) la aplicación de la herramienta *Socratic* resulta muy positiva para los maestros y estudiantes, debido a los buenos resultados en el aumento de competencias como: mejora del trabajo colectivo, comunicación geométrica, razonamiento y resolución de problemas; siempre y cuando sea una metodología centrada en el estudiantado.

1.4.1.3 Video. De acuerdo a la investigación de Casado (2017) realizada al nivel primario, revela que los videos sirven como eje vertebrador para la enseñanza – aprendizaje de la geometría. Con el empleo de esta herramienta los estudiantes pueden consultar y estudiar temas relacionados a la geometría euclidiana, cartesiana y analítica en cualquier momento y en cualquier espacio. Así mismo, los videos sirven para los docentes y padres de familia que no tienen conocimiento del tema específico de geometría. Además, los contenidos de los videos pueden ser compartidos en blogs y en redes sociales que sean pertinentes.

1.4.1.4 GeoGebra. Para Bolaños et al.,(2020) este es un *software* de aprendizaje sincrónico, que a nivel de EGBS es de gran relevancia debido al hecho que facilita la visualización y comprensión de figuras geométricas por parte de los aprendices. Consecuentemente, el estudiante tiene la capacidad de manipulación y curiosidad de aprender con base en las TIC.

A nivel secundario, Moreno (2018- 2019) afirma que GeoGebra es una herramienta de trabajo autónomo del estudiante que brinda retroalimentación instantánea cuando lo requiere. También, indica que GeoGebra es una herramienta didáctica, dinámica y adaptativa tanto para el docente como para el estudiante para la obtención de competencias claves y específicas de la geometría.

Por otro lado, a nivel superior Villagrán-Cáceres et al., (2018) realizan una investigación utilizando GeoGebra en el campo de la geometría analítica, encontrando una incidencia de gran potencial y desarrollo de conocimiento frente a la enseñanza tradicional.

Además, el autor menciona que GeoGebra promueve el pensamiento geométrico, soporte visual y conceptual. GeoGebra es un *software* matemático que sirve como herramienta didáctica que beneficia a docentes y estudiantes en el horizonte del conocimiento.

De acuerdo a lo descrito en este apartado, es claro mencionar que el *software* GeoGebra, es una de las TIC más eficientes, interactivas, didácticas y más productivas en las clases de geometría. En la tabla 2, se resume algunos de los atributos y características más relevantes.

Tabla 2

Atributos de GeoGebra al aplicar en el aula de clases

Atributos	Características
Dinámico	Permite un sinnúmero de tareas de construcción puntuales resueltas por procedimientos mediados por el <i>software</i> que encapsulan conocimientos geométricos.
Fidelidad	Relevancia en la calidad de contenido con respecto a consistencia y funcionamiento de la construcción real del fenómeno.
Interacción didáctica	Facilita el trabajo de forma síncrona y asincrónica, permitiendo al estudiante obtener retroalimentación, adaptarse y acoplarse al contenido de acuerdo a la necesidad.
Código abierto	Accesible para todos los niveles de educación, y admite explorar de forma libre y flexible.
Diseño de los elementos	Son de fácil uso, es decir, tiene una interfaz que capta el interés del estudiante.

Nota. Adaptado de Sánchez y Prieto, (2017); Williner et al., (2020)

1.4.2 Capacidades Geométricas

Dentro de las competencias que el docente debe procurar desarrollar en un curso de contenidos de geometría son específicamente tres: la capacidad de comunicación geométrica, la capacidad de razonamiento – demostración y la capacidad de resolución de problemas.

Con la capacidad de comunicación geométrica, el estudiante logra un buen nivel de conocimiento que le ayuda a reflexionar críticamente, expresar ideas tanto escritas como verbales, realizar discusiones, conocer definiciones y conceptos de los contenidos de la geometría. Esta dimensión ayuda a comprender y compartir las conexiones con las

capacidades de razonamiento – demostración y resolución de problemas. Es decir, el educando en esta capacidad aprende a comunicar geoméricamente y comunica para aprender geometría.

En la capacidad de razonamiento – demostración lo esencial es saber razonar, reconocer símbolos, figuras y fórmulas geométricas, con el fin de promocionar modos eficientes y eficaces al codificar conocimiento de la variedad de visualizaciones que se encuentran en la naturaleza. La competencia de razonar para el estudiante es una exigencia que fluctúa en función del nivel de desarrollo y crecimiento cognitivo; esto es, porque tiene que transformarse en un hábito mental.

La capacidad de la resolución de problemas es buscar estrategias o caminos para poder resolver un ejercicio o problema planteado, mismas que conduzcan a una solución. Al considerarse un problema geométrico una situación que enfrenta un estudiante puede variar el grado de complejidad de acuerdo a la experiencia, conocimientos previos y aplicaciones tecnológicas que esté a su alcance. Esta característica geométrica se debe apreciar como medio esencial para mejorar el conocimiento de los contenidos geométricos y lograr un aprendizaje con cierto grado de creatividad, independencia y criterio. A continuación, en la tabla 3 se resume la descripción de cada dimensión geométrica.

Tabla 3

Descripción de las dimensiones geométricas

Capacidad	Descripción
Comunicación Geométrica	Expresar de manera comprensible ideas, conceptos y definiciones mediante la atracción de las propiedades
Razonamiento - demostración	Interpretar y diseñar los elementos del ejercicio geométrico, reconocer con facilidad los símbolos y fórmulas.
Resolución de problemas	Plantea y explora si puede haber más soluciones de los problemas o ejercicios geométricos planteados; busca estrategias.

Nota. Adaptado de Díaz-Nunja et al., (2018); Piñero y Costado (2019).

1.4.3 Requisitos previos para el aprendizaje de la geometría

La geometría de manera general está dirigida para docentes y estudiantes desde el nivel básico. Al iniciar a estudiar geometría no se necesita hacer cálculos complejos. Si no

que los estudiantes tienen que empezar aprendiendo conceptos y ejercicios básicos de la geometría euclidiana y cartesiana. Es necesario indicar que la geometría se la aprende desde la escuela y constituye la base fundamental para otras asignaturas derivadas de la matemática como es el caso de Cálculo, Álgebra Lineal y Dibujo Técnico, entre otras.

1.4.4 Geometría de la recta

La recta es aquel lugar geométrico en el plano que está formada por un número infinito de puntos colineales; cada par de puntos unidos entre sí, forman un segmento, mismos que tienen la misma pendiente (Ojeda et al., 2013). Adicionalmente, los teoremas básicos enfatizan que para estudiar la recta es crucial considerar los siguientes elementos: el punto, segmento, ángulo, intersección, recta perpendicular, recta paralela y bisección de segmento.

Seguidamente se detallan los elementos de la recta en la geometría euclidiana, cartesiana y geométrica:

1.4.4.1 Elementos euclidianos de la recta. La geometría euclidiana enfocada en el análisis de las características de los espacios geométricos encaminados en los axiomas de Euclides, menciona en el postulado 1 “postúlese trazar una línea recta desde un punto cualquiera a otro punto cualquiera” (Datri, 1992, pág. 26) con este postulado nacen términos primitivos: punto, recta y plano.

En la tabla 4 se muestra específicamente los elementos básicos de la recta:

Tabla 4

Elementos básicos de la recta

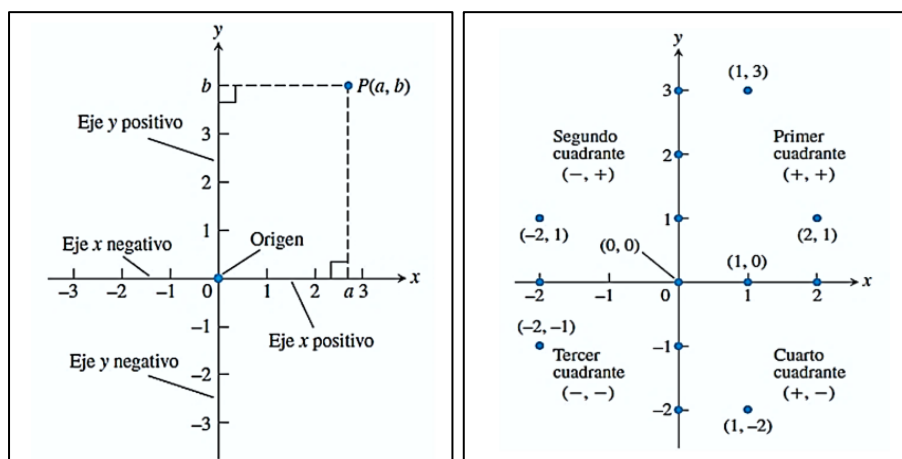
Situación didáctica	Elementos básicos
Geometría euclidiana	<ul style="list-style-type: none"> - Punto - Recta y segmento - Recta paralela y perpendiculares - Ángulos - Semirecta - Puntos colineales

Nota: Adaptado de Bos, (1886).

1.4.4.2 Geometría cartesiana de la recta. Es aquella que se basa en el sistema cartesiano, siendo un “sistema de coordenadas rectangulares o cartesianas en un plano, se forma por medio de dos rectas perpendiculares coordenadas, llamadas ejes de coordenadas, que se cruzan en el origen O” Ku, (2015, pág. 6). Dentro del sistema cartesiano los elementos que forman parte son: punto, recta, segmento de recta, pendiente.

Figura 1

Imagen del plano cartesiano



Nota: Adaptado de Ku, (2015)

1.4.4.3 Geometría analítica de la recta. Según Kindle (1989) analíticamente la recta es una ecuación de grado uno en dos variables. Gráficamente la ecuación de grado uno es una recta dentro de un lugar geométrico.

Las condiciones para que una recta quede determinada son:

- Conocer un punto y un vector
- Conocer dos de sus puntos
- Su dirección ya sea mediante ángulo o pendiente.

De acuerdo, al Ministerio de Educación del Ecuador (2018) las formas de las ecuaciones de la recta son las siguientes y se las presenta en la tabla 5.

Tabla 5*Tipo de ecuaciones en la geometría analítica*

Categoría	Ecuación	Característica
Vectorial	$(x, y) = P + t \vec{v}$ $(x, y) = (x_0, y_0) + t(a, b)$	Se necesita de un punto $P(x_0, y_0)$ en el espacio y un vector director $\vec{v} = (a, b)$
Paramétrica	$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$	La ecuación paramétrica se la encuentra a partir de la ecuación vectorial
Continua	$t = \frac{x - x_0}{a};$ $t = \frac{y - y_0}{b}$	Para encontrar la ecuación continua, tenemos que despejar la variable t ; de las ecuaciones paramétricas.
General	$Ax + By + C = 0$	Una vez encontrada la ecuación continua, podemos encontrar la ecuación general; donde A, B y C son números reales.
Ecuación explícita	$y = mx + b$	Donde m es la pendiente y b la intercepción.
Punto pendiente	$y - y_0 = m(x - x_0)$	Donde la recta pasa por el punto $P(x_0, y_0)$ y una pendiente m .

Nota. Adaptado del Ministerio de Educación del Ecuador (2018)

1.5 Evidencias de trabajos similares

En el campo del análisis geométrico la enseñanza combinada es nueva. Por lo que, existe pocos estudios realizados en los últimos años. En la tabla 6 se cita algunos estudios encontrados, que facilitan conocer la visión y estructura metodológica que sirven de guía para la presente investigación.

Tabla 6*Hallazgos de trabajos similares*

Autores	Año	Lugar	Título	Metodología	Resultados
Piñero José y Costado María	2019	Cádiz	“Rendimiento de metodologías de aprendizaje mixto en docencia reglada universitaria: diseño de una	Aprendizaje mixto Evalúa competencias como: _Pensar matemáticamente. _Plantear y resolver problemas matemáticos	Los resultados muestran que el estudiante tiene la capacidad de usar estrategias de resolución, constancia en buscar soluciones, entiende el lenguaje matemático, entiende las expresiones

			herramienta de evaluación de las competencias geométricas”	_Modelar matemáticamente _Representar entidades matemáticas _Utilizar herramientas	algebraicas para transformarlas en forma geométrica. Y tiene criterio de seleccionar herramientas digitales
Díaz-Nunja Luis et., al.	2018	Lima	“Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima”	Aplicación del software GeoGebra _Grupo intervenido _Grupo de comparación	Incremento de capacidades de resolver problemas, demostración, comprensión y comunicación de la geometría
Beltrán Jorge	2017	Bogotá	“ <i>B-learning</i> como diseño de una estrategia didáctica en los procesos aprender-evaluar de la geometría, en el curso sexto uno, del colegio Juan Pablo II”	Aprendizaje <i>Blended Learning</i> , mediante la investigación-acción participativa.	El de la estrategia <i>B-Learning</i> influyo positivamente en la comprensión de los problemas geométricos, aumentó la motivación. Fue una didáctica innovadora y novedosa.

Nota. Adaptado de Piñero y Costado (2019); Díaz-Nunja et al., (2018); Beltrán (2017).

Piñero y Costado (2019) en su investigación evalúan cinco competencias de la matemática a través del aprendizaje mixto tales como: el pensar matemático, representar entidades matemáticas, modelar matemáticamente, plantear y resolver problemas matemáticos y utilizar herramientas tecnológicas. Esta metodología implementada en el ámbito de la geometría ha sido de mucha importancia en el aprendizaje autorregulado. Los autores también manifiestan que existen características que afectan a una estrategia que se está experimentando como la actitud del docente y estudiantes, el tipo de aula y tamaño. Los resultados son parciales, por lo que la metodología adecuada no dio los valores que se esperaba, lo cual puede ser por la falta de conocimientos previos de geometría.

Díaz-Nunja et al., (2018) evalúan la influencia de la aplicación de GeoGebra con los educandos del nivel secundario en la enseñanza – aprendizaje de la geometría, llevado a cabo en dos grupos. El grupo intervenido con la aplicación de la metodología GeoGebra y el grupo de control con la enseñanza tradicional. La investigación les permite observar el progreso de las capacidades de resolver problemas, demostración, comprensión y comunicación de la geometría. Concluyen que los estudiantes del grupo intervenido aumentan la participación activa e incrementan el fortalecimiento de sus capacidades en altos niveles.

Beltrán (2017) realiza una investigación con la finalidad de poner a prueba el método *b-learning* mediante la investigación-acción participativa para enseñar- evaluar. Realizó un análisis con un tamaño de la muestra de 42 estudiantes y un intervalo de confianza del 95%. Llegando a la conclusión que la metodología empleada aumenta significativamente la comprensión de los problemas geométricos, aumenta la motivación, y la observan como una didáctica innovadora y novedosa.

Los resultados muestran que la mayoría de los educandos tienen interés que se incorpore a las demás clases la metodología *b-learning*, el 85% de la población seleccionada manifiesta que la didáctica empleada les ayuda significativamente a mejorar la adquisición del conocimiento, promover el aprendizaje de la geometría y les gusta abordar temas relacionados con la geometría haciendo uso de las herramientas virtuales combinadas con las herramientas tradicionales. El 60% de los educandos manifiestan que el aprendizaje combinado despierta interés para aprender geometría, el 89% manifiesta que es ilustrativa y fácil de usar y el 90% indica que la didáctica empleada es más innovadora y divertida.

Capítulo dos

Metodología

2.1 Diseño metodológico

Luego de haber analizado la literatura matemática y evidencia de trabajos similares se llevó a cabo un estudio de carácter analítico, descriptivo, cualitativo y cuantitativo; con el objetivo de evaluar la metodología de aprendizaje combinado en la enseñanza de contenidos de geometría. Con lo que permitió valorar la incidencia de aprendizaje combinado como variable independiente centrado en herramientas digitales y tradicionales en relación del concepto matemático de la geometría — la recta — como variable dependiente.

2.2 Modelo y diseño de la investigación

El estudio está encaminado a la valoración de cambios en las capacidades de demostración - razonamiento, resolución de problemas y comunicación geométrica. La experimentación se la realizó a estudiantes del primer año de bachillerato del Colegio de Bachillerato Zumba, en el marco de la enseñanza – aprendizaje de la geometría. Los estudiantes fueron observados en dos grupos, seleccionados de manera aleatoria - estratificada (Hernández et al., 2010; López-Roldán y Fachelli, 2015). Al grupo experimental se le asignó el 50% de los estudiantes al cual se aplicó el método de enseñanza combinada (híbrida -*blended learning*). Al grupo de control se asignó el otro 50% mismo que trabajó con el método de enseñanza tradicional. Además, a los grupos se les realizó una evaluación *Pre-Test* y *Post-Test* para contrastar los conocimientos de la teoría geométrica. Al finalizar el tratamiento al grupo experimental se le aplicó una encuesta de satisfacción del material didáctico entregado.

2.3 Selección de la muestra

Para la construcción del modelo de investigación, se utilizó 16 estudiantes que se encuentran en un rango de edad de 15 a 16 años; de los cuales 8 educandos pertenecen al grupo experimental y 8 al grupo de control. De los estudiantes seleccionados el 62.50% son hombres y 37.50% son mujeres. La selección aleatoria de los grupos es equivalente en género, rendimiento académico y edades.

2.4 Técnica y procedimientos de la recolección de la información

El presente estudio incluyó un plan de trabajo que involucra actividades como: elaboración material didáctico, evaluaciones y apoyo. Las actividades son comprensibles y accesibles a la primera instancia. Los resultados encontrados fueron analizados con la estadística descriptiva e inferencial.

Material didáctico: la elaboración de cuestionarios, presentaciones, videos y documentos impresos seleccionados por el docente y disponibles en la plataforma virtual. El recurso didáctico tendrá conexiones con el *software* GeoGebra para la facilitación de la simulación de ensayo de la geometría de la recta.

Evaluación: evaluar a los estudiantes la aplicación de la metodología aprendizaje combinado al grupo experimental y la metodología tradicional al grupo de control; misma que se plantea el desafío de la resolución de problemas de geometría de la recta. Adicionalmente, valorar la satisfacción del material didáctico entregado.

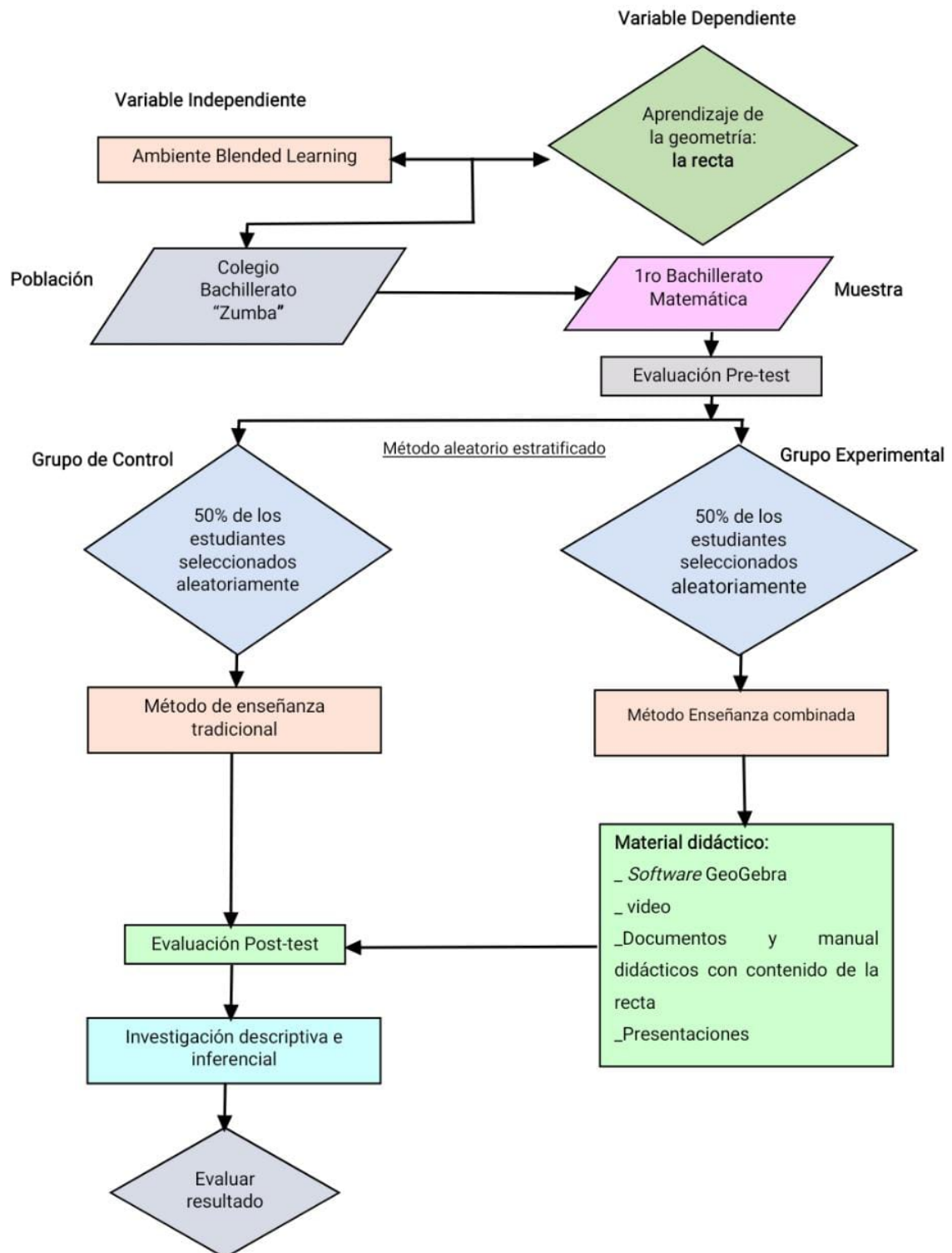
Apoyo: a los estudiantes se les establece una sistematización clara del desarrollo de las actividades propuestas por el docente, para que el estudiante tenga un hábito cronológico y cumpla con el objetivo planteado.

Una vez obtenidos los resultados se procede a realizar un análisis y autoanálisis para identificar el conocimiento, elementos y estrategias que deben desarrollarse. En este sentido, observar el desarrollo de las competencias geométricas específicas tales como:

- Resolver problemas: plantear y explorar si puede haber más soluciones de los problemas geométricos.
- Demostrar y razonar: interpretar y diseñar los elementos del ejercicio geométrico.
- Comunicación geométrica: expresar de manera comprensible una idea de concepto mediante la atracción de las propiedades.
- Manejo de herramientas tecnológicas: usar GeoGebra como herramientas tecnológicas seleccionadas para la ayuda académica y de modo reflexivo.

Figura 2

Flujograma de la metodología



Capítulo tres

Discusión y análisis de resultados

Para la interpretación y análisis de los resultados se tomó en cuenta la recolección y tabulación de la información del cuestionario de satisfacción del recurso didáctico seleccionado y aplicado a la investigación, entre ellos están: el uso de material didáctico, videos y el uso del *software* GeoGebra; de los cuales se obtuvo información valiosa sobre la aceptación, agrado, saberes y comprensión por parte de los educandos. Así mismo los resultados de las pruebas antes (*Pre-Test*) y después del tratamiento (*Post-Test*).

Del mismo modo, es necesario resaltar que se utilizó el *software* SPSS para la representación gráfica y resultados inferenciales. Es decir, la aplicación de la estadística descriptiva para analizar las calificaciones resultantes en las pruebas de antes y después de la intervención; y, finalmente, para formalizar la investigación se aplicó la prueba *T de Student* para comparar las medias de las pruebas *Pre-Test* y *Post-Test* del grupo experimental — uso del *software* GeoGebra — y el grupo de control — utiliza la metodología tradicional —. Las dimensiones analizadas fueron capacidades de comunicación geométrica, razonamiento - demostración y resolución de problemas.

3.1 Valoración del recurso creado en GeoGebra

1. Grado de satisfacción de GeoGebra para graficar ecuaciones de la recta.

Tabla 7

Graficar ecuaciones de la recta

	Grado de satisfacción	Porcentaje (%)
Bajo	1	12,50
↑	2	12,50
	3	25,00
	4	25,00
↓	5	25,00
Alto		
TOTAL		100%

Según la tabla 7. muestra que el 50% de los estudiantes tiene un elevado grado de satisfacción en la utilización de graficar las ecuaciones de la recta. El 25% tiene un nivel

intermedio de satisfacción. Mientras que el 25% de los educandos tiene niveles bajos. Es en general bueno.

2. Satisfacción de GeoGebra para identificar las coordenadas de puntos, la pendiente, segmentos de la gráfica de la recta.

Tabla 8

Satisfacción de GeoGebra para identificar elementos de la recta

	Grado de satisfacción	Porcentaje (%)
Bajo	1	-
↑ ↓	2	25,00
	3	25,00
	4	12,50
Alto	5	37,50
TOTAL		100%

Del total de los estudiantes del grupo experimental (tabla 8), el 50% tiene un alto grado de satisfacción para identificar la vista grafica de GeoGebra.

3. Que tan amigable (usabilidad) fue GeoGebra para la realización de los ejercicios.

Tabla 9

Amigabilidad de GeoGebra

Usabilidad	Porcentaje (%)
Totalmente amigable	50,00
Amigable	25,00
Medianamente amigable	12,50
No amigable	12,50
TOTAL	100%

La tabla 9, manifiesta que la mayoría de los estudiantes el 50% y 25% considera que el uso de GeoGebra es totalmente amigable y amigable respectivamente. El 12.5% considera que la plataforma es medianamente amigable y tan solo 12.5% enfatiza que el uso de GeoGebra nos es amigable.

4. ¿Cree usted que GeoGebra y el material didáctico ayuda a mejorar el desarrollo de la capacidad geométrica?

Tabla 10*GeoGebra mejora la capacidad geométrica*

Desarrollar capacidad	Porcentaje (%)
Si	100,00
No	-
TOTAL	100%

La tabla 10, indica que el 100% de estudiantes están convencidos que el uso de herramientas didácticas mejora las capacidades geométricas.

5. ¿Qué tipo de capacidad geométrica piensa usted que podría desarrollar más con la aplicación de GeoGebra en clases?

Tabla 11*Desarrollo de las capacidades geométricas*

Capacidad	Porcentaje (%)
Comunicación geométrica	12,50
Razonamiento y demostración	37,50
Resolución de problemas	50,00
TOTAL	100%

De los resultados obtenidos (tabla 11), el 50% de los estudiantes enfatizan que la capacidad que más les ha permitido desarrollar el uso de GeoGebra es la resolución de problemas. El 37.50% la capacidad de razonamiento - demostración, y el 12.50% la capacidad de comunicación geométrica.

6. ¿Considera usted que el uso de GeoGebra permite que las clases impartidas sean más interactivas, dinámicas y productivas?

Tabla 12*Las clases impartidas con GeoGebra son interactivas, dinámicas y productivas.*

Uso de GeoGebra en clases	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	75,00
De acuerdo	25,00
Ni en acuerdo, ni desacuerdo	-
Desacuerdo	-

Totalmente en desacuerdo	-
TOTAL	100%

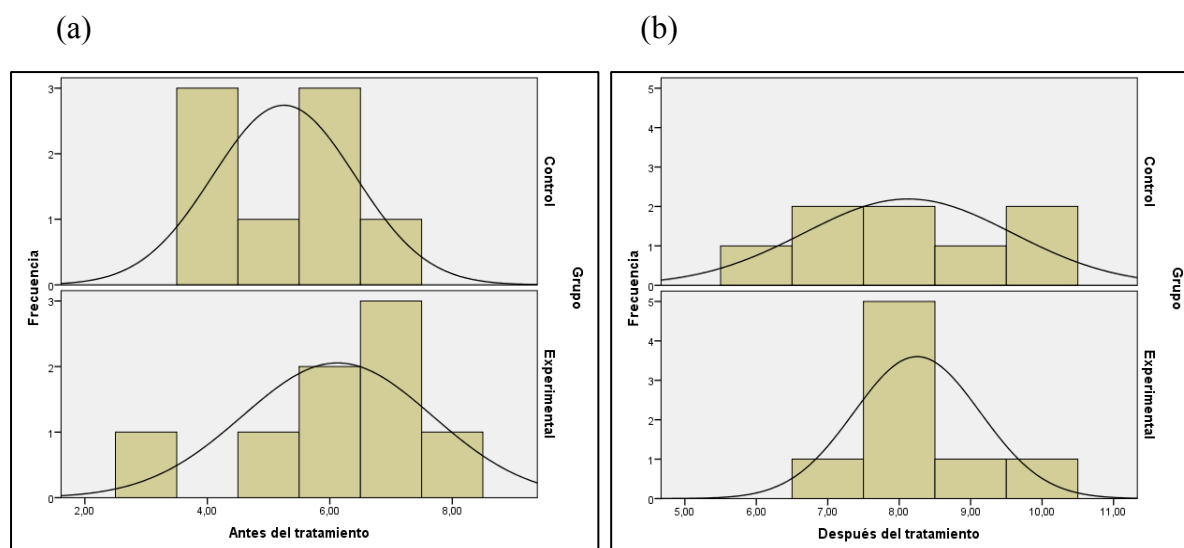
La lectura de la tabla 12, considera que el recurso didáctico utilizado en la nueva metodología es más interactiva, dinámica y productiva. El 75% está totalmente de acuerdo y el 25% de acuerdo.

3.2 Datos

Capacidad de comunicación geométrica

Figura 3

Frecuencia de intervalo de calificaciones de la capacidad de comunicación geométrica antes y después del tratamiento del grupo experimental y de control



Nota. Calificaciones de la *Pre-Test* y *Post-Test*. Existen varias modas en el texto se describirá el menor de los valores.

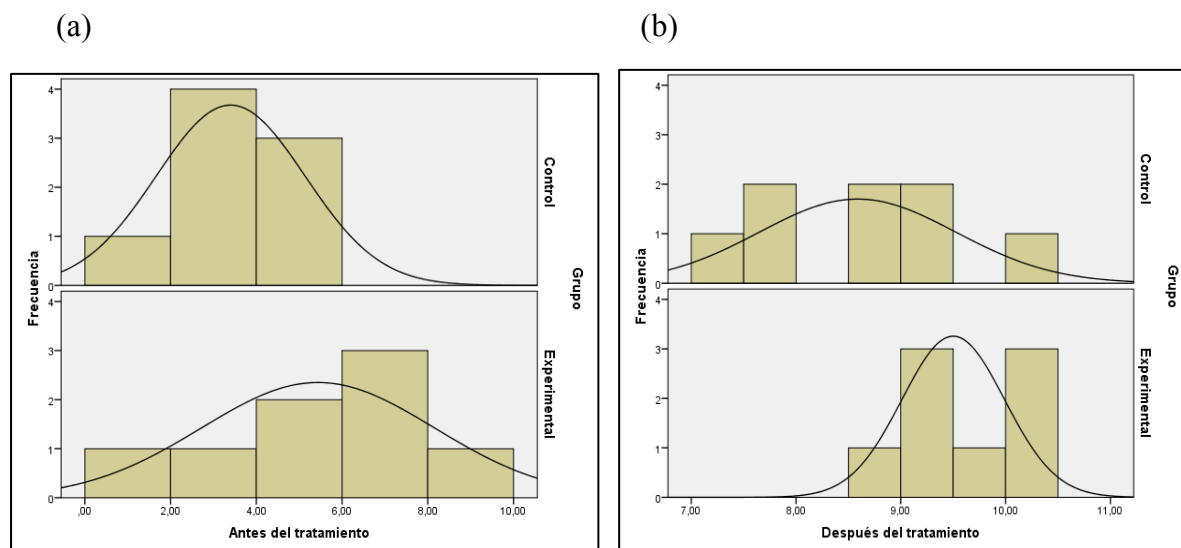
Con respecto a la figura 3a, se muestra que en la prueba *Pre-Test* del grupo experimental se obtuvieron los resultados de una media de 6.13, la mediana de 6.13, una moda de 7.00, con la calificación mínima de 3,00 y calificación máxima de 8,00 puntos. Por consiguiente, en el grupo de control los datos fueron los siguientes 5.25, 5.50, 4.00 de la media, mediana y moda respectivamente, con una calificación mínima de 4.00 y una calificación máxima de 7.00.

Por otro lado, la prueba *Post-Test* (figura 3b), existe en el grupo experimental la siguiente información de la media (8.25), mediana (8.00) y moda (8), con sus calificaciones máximas (10.00) y mínimas (6.00). Y, en el grupo de control con una media de 8.13, mediana de 8.00 y una moda de 7.00; la calificación mínima de este grupo es de 6.00 y la máxima de 10.00. En general, se observa una clara diferencia entre las pruebas antes y después del tratamiento.

Capacidad de razonamiento - demostración

Figura 4

Frecuencia de intervalo de calificaciones de la capacidad de razonamiento - demostración antes y después del tratamiento del grupo experimental y de control



Nota. Calificaciones de la *Pre-Test* y *Post-Test*. La moda se describirá el menor de los valores.

En la figura 4a, se muestra la distribución de las frecuencias de la prueba *Pre-Test* de la capacidad de razonamiento - demostración, permitiendo distinguir el número de estudiantes en cada intervalo. El grupo experimental presenta la información de una media (5.44), mediana (6.05), moda (6.40), valor mínimo (1.40) y un máximo (9.30). Respecto al grupo de control, hubo un promedio de 3.40, la mediana de 6.05, la moda de 6.40 con un mínimo de 0.70 y un máximo de 5.70.

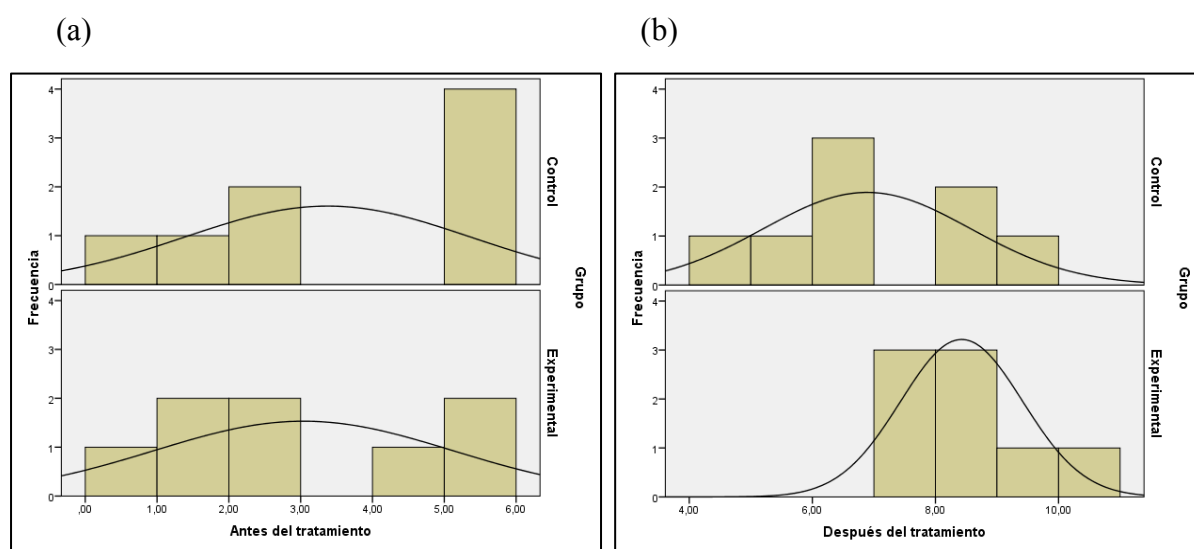
El aprovechamiento de la prueba *Post-Test* (figura 4b), de los estudiantes en el grupo experimental de la dimensión geométrica antes mencionada fue de una media de 9.50, una

mediana de 9.40 y una moda de 9.30; con una calificación mínima de 8.60 y una máxima de 10.00. De igual forma el grupo de control obtuvo la siguiente información académica de 8.59, 8.60 y 7.90 de media, mediana y moda respectivamente, además el grupo logró una calificación mínima de 7.10 y máxima de 10.00.

Capacidad de resolución de problemas

Figura 5

Frecuencia de intervalo de calificaciones de la capacidad de resolución de problemas antes y después del tratamiento del grupo experimental y de control



Nota. Calificaciones de la *Pre-Test* y *Post-Test*. La moda se la describirá la de menor valor.

En la capacidad de resolución de problemas (figura 5a), en el contexto de la *Pre-Test* se observa al grupo experimental con el detalle de una media de 3.04, la mediana de 2.90, una moda de 1.40, con una calificación mínima de 0.00 y una máxima de 5.70. Por consiguiente, el grupo de control tiene la media de 3.38, la mediana de 3.55, y la moda de 5.00; con un valor mínimo de 0.07 y un valor máximo de 5.70.

En efecto la *Post-Test* en la figura 5b, señala que el grupo experimental alcanzó los siguientes datos, la media de 8.43, la mediana de 8.30 y la moda 5.00; con un aprovechamiento mínimo de 7.10 y un máximo de 10. Adicionalmente, el histograma menciona que el grupo de control logró la siguiente información académica de una media

(6.89), mediana (6.40), moda (6.40), calificación mínima (4.30) y una calificación máxima (9.30).

3.3 Resultados de la evaluación

Con respecto al análisis de la base de datos se realiza las pruebas de normalidad y homogeneidad de los grupos experimental y de control, tanto en la prueba *Pre-Test* y *Post-Test*, para poder seleccionar el estadístico y formalizar la información.

Prueba de normalidad

Tabla 13

Prueba de normalidad de las capacidades geométricas de estudio

Capacidad	Grupo	Shapiro – Wilk			
		Antes del tratamiento		Después del tratamiento	
		Estadístico	Sig.	Estadístico	Sig.
Comunicación	Experimental	,896	,269	,826	,054
	Control	,858	,114	,930	,516
Razonamiento - demostración	Experimental	,955	,760	,861	,122
	Control	,920	,434	,967	,8.75
Resolución de problemas	Experimental	,930	,515	,965	,859
	Control	,846	,087	,939	,600

Nota. Normalidad de la *Pre-Test* y *Post-Test*, sig = p

Tomando en cuenta los resultados obtenidos en la tabla 13, de la prueba de hipótesis de Shapiro-Wilk, se obtiene la evidencia estadística para decir que los datos de la prueba *Pre-Test* y *Post-Test* tanto del grupo de control y experimental tienden a tener una distribución normal. La probabilidad ($p > 0,05$), acepta la hipótesis nula y se rechaza la alternativa.

Prueba de homogeneidad

Tabla 14

Prueba de homogeneidad de las capacidades geométricas de estudio

		Estadístico de Levene	
		Antes del tratamiento	Después del tratamiento

Capacidad	Grupo	Estadístico	Sig.	Estadístico	Sig.
Comunicación geométrica	Experimental				
	Control	,106	,749	2,411	,143
Razonamiento - demostración	Experimental				
	Control	1,484	,243	2,474	,138
Resolución de problemas	Experimental				
	Control	,126	,728	3,073	,101

Nota. Varianza de la *Pre-Test* y *Post-Test* basándose en la media. Sig=p

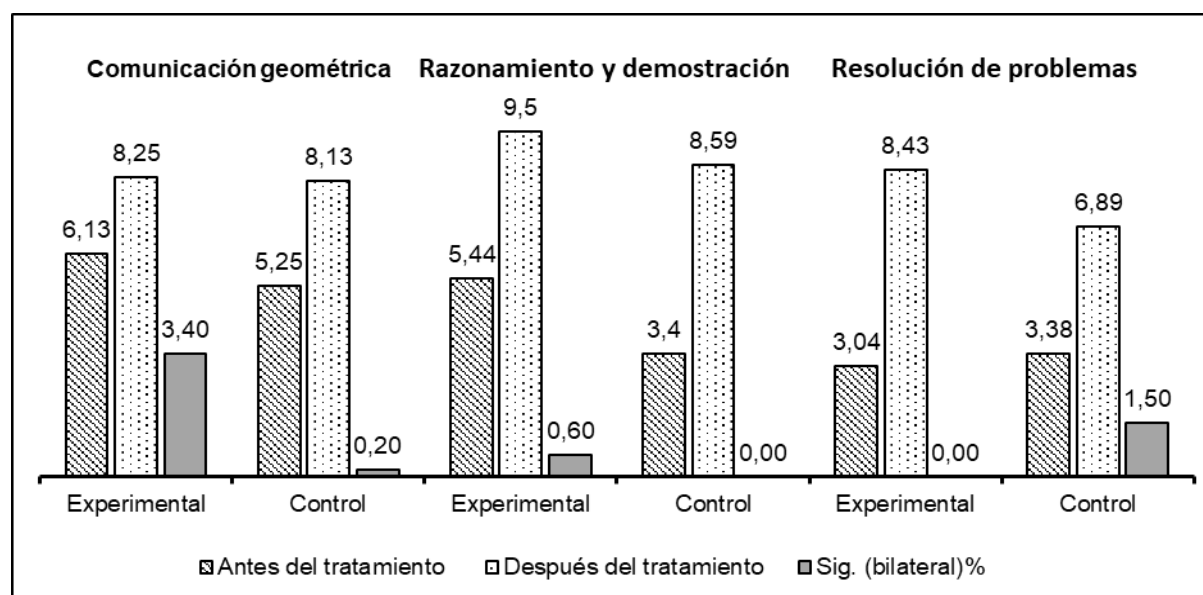
Los resultados (tabla 14) de la información de las pruebas *Pre-Test* y *Post-Test* indican que la varianza de los dos grupos de cada dimensión es igual. Con un nivel de significancia de 0,05 y con el uso del *software* SPSS se calculó que los resultados estadísticos tienen una probabilidad de significancia mayor al 5% ($p > 0.05$). Bajo este criterio se acepta la hipótesis nula y se rechaza la alternativa; es decir, los datos en la investigación son homogéneos.

Prueba *T* de Student

Una vez que se ha aceptado que existe normalidad y homogeneidad en la información de las pruebas *Pre-Test* y *Post-Test*, se selecciona una prueba paramétrica. En este contexto será la *T* de Student.

Figura 6

Representación de las medias emparejadas de las capacidades geométricas a nivel intra - grupal



Nota. Cada grupo está compuesto del siguiente orden, de izquierda a derecha: media de la *Pre-Test*, media de la *Post-Test*, la significancia o probabilidad (%).

La figura 6, se evidencia que las medias de la *Post-Test* de cada grupo son mayores que las medias de la *Pre-Test* en cada una de las capacidades geométricas. Para comprender de mejor manera se debe revisar la tabla 15.

Tabla 15

Comparación de medias emparejadas en las capacidades geométricas a nivel intra - grupal

Capacidad	Grupo	Antes del tratamiento		Después del tratamiento		t	Sig. (bilat)	Vc.
		Media	Desv. Estándar	Media	Desv. Estándar			
Comunicación Geométrica	Experimental	6,13	1,55	8,25	0,89	-2,619	0,034	2,365
	Control	5,25	1,16	8,13	1,48	-4,952	0,002	2,365
Razonamiento - demostración	Experimental	5,44	2,72	9,50	0,49	3,857	0,006	2,365
	Control	3,40	1,74	8,59	0,94	-8,125	0,000	2,365
Resolución de problemas	Experimental	3,04	2,08	8,43	0,99	-6,607	0,000	2,365
	Control	3,38	1,99	6,89	1,69	-3,186	0,015	2,365

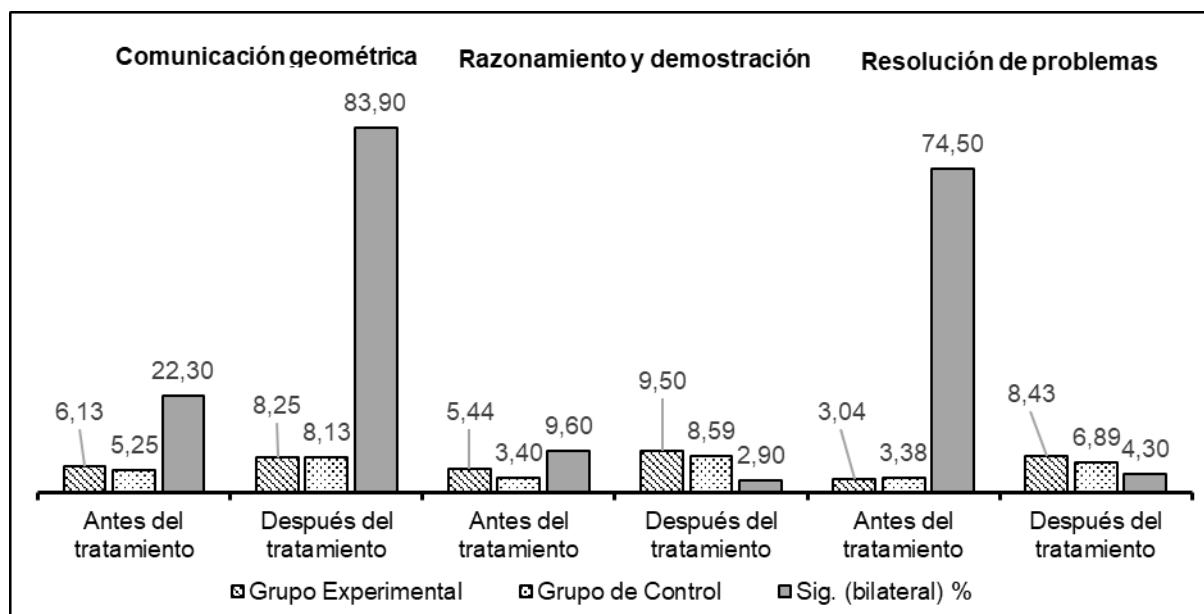
Nota. Antes del tratamiento es la prueba *Pre-Test* y después del tratamiento es la prueba *Post-Test*.

Sig. (bilateral) es la probabilidad (p).

Las diferencias que existen en el rendimiento académico en las capacidades de comunicación geométrica, razonamiento - demostración, y resolución de problemas es estadísticamente significativa (tabla 15). Es decir, entre las pruebas *Pre-Test* y *Post-Test* hubo un cambio efectivo después de la capacitación, independientemente de la metodología aplicada.

Figura 7

Representación de las medias independientes de las capacidades geométricas a nivel inter - grupal



Nota. Cada cohorte de prueba *Pre-Test* y *Post-Test* está compuesta del siguiente orden, de izquierda a derecha: media del grupo experimental, media del grupo de control, la significancia o probabilidad (%).

En primera instancia (figura 7) de forma descriptiva se observa que existen diferencias entre el método de la nueva metodología y el método tradicional tanto en la *Pre-Test* como en la *Post-Test*. Al hacer una comparación más exhaustiva, existe evidencia estadística para decir que las medias de la prueba *Pre-Test* entre los dos grupos son iguales. En cambio, en la Prueba *Post-Test* existen diferencias significativas en las dimensiones de razonamiento - demostración, y resolución de problemas entre medias del grupo experimental y de control; sin embargo, en la capacidad de comunicación las medias estadísticamente son iguales. Para tener más información a detalle prestar atención a la tabla 16.

Tabla 16

Comparación de medias independientes en las capacidades geométricas a nivel inter - grupal

Capacidad	Grupo	Grupo Experimental		Grupo de Control		t	Sig. (bilat)	Vc.
		Media	Desv. Estándar	Media	Desv. Estándar			
Comunicación Geométrica	Antes del tratamiento	6,13	1,55	5,25	1,16	1,275	0,223	2,145
	Después del tratamiento	8,25	0,89	8,13	1,46	0,207	0,839	2,145

Razonamiento - demostración	Antes del tratamiento	5,44	2,72	3,40	1,74	1,788	0,096	2,145
	Después del tratamiento	9,50	0,49	8,59	0,94	2,437	0,029	2,145
Resolución de problemas	Antes del tratamiento	3,04	2,08	3,38	1,99	-0,332	0,745	2,145
	Después del tratamiento	8,43	0,99	6,89	1,69	2,221	0,043	2,145

Nota. Antes del tratamiento es la prueba *Pre-Test* y después del tratamiento es la prueba *Post-Test*.

Sig. (bilateral) es la probabilidad (p).

La tabla 16, muestra que las diferencias de las medias de grupos independientes en la prueba *Pre- Test* son iguales estadísticamente (sig. Bilateral >0.05). En la prueba *Post-Test* indica que, en las capacidades de razonamiento - demostración, y resolución de problemas existen diferencias significativas entre las muestras del grupo experimental y el grupo de control (sig. Bilateral <0.005).

3.4 Discusión

Los resultados permitieron alcanzar lo propuesto en el objetivo, en este ámbito evaluar la metodología de Aprendizaje Combinado en la enseñanza de contenidos de Geometría. Donde se usó material didáctico con conexiones con GeoGebra, uso del *software* GeoGebra y videos. El estudio se enfocó a ajustar un análisis en las tres capacidades geométricas, tales como: comunicación geométrica, razonamiento - demostración y resolución de problemas.

El tema delimitado fue el estudio de la recta en la geometría euclidiana, cartesiana y analítica. Los hallazgos fueron satisfactorios para que se acepte la hipótesis establecida, misma que es la aplicación del aprendizaje combinado tiene efectos positivos en el logro de las capacidades geométricas; en este caso de las dimensiones de razonamiento- demostración y la de resolución de problemas.

De acuerdo a la prueba estadística seleccionada, las calificaciones que se obtuvo antes del tratamiento indican que no existen diferencias estadísticamente significativas en las tres dimensiones entre el grupo experimental y el grupo de control. Al analizar las medias de la prueba *Pre-Test* y *Post-Test* independientemente del grupo de estudio, se encuentra que

existen diferencias significativas en las tres dimensiones. Así mismo, al comparar a nivel inter - grupal las pruebas *Post-Test*, existe evidencia estadística significativa que demuestra que en la capacidad de comunicación geométrica las medias son iguales ($p > 0.05$); sin embargo, en las capacidades de razonamiento - demostración y resolución de problemas las diferencias son significativas ($p < 0.05$). Es decir, la aplicación del aprendizaje combinado tuvo efectos más positivos que la enseñanza tradicional.

Al contrastar la presente investigación con trabajos idénticos se puede apreciar que existen ciertas características favorables que dan sustento a resultados encontrados. En el trabajo de Diaz-Nunja et al., (2018), se observan que en las tres dimensiones geométricas estudiadas después del experimento tienen diferencias significativas entre el grupo experimental y de control, esto se debe al contenido estudiado que presenta el currículo que tienen las instituciones de educación secundaria en Lima-Perú.

En cuanto al estudio de Piñero y Costado (2019) llevado a cabo en Cádiz – Colombia, presenta particularidades específicas para la investigación, en donde analiza la metodología de aprendizaje mixto a nivel superior enfocado en cinco competencias tales como: pensar matemáticamente, plantear y resolver problemas matemáticos, modelar matemáticamente, representar entidades matemáticas y utilizar herramientas tecnológicas. Mismo que en sus resultados los estudiantes presentan resistencia a la competencia de razonamiento en cuanto a la aplicación del aprendizaje mixto. Sin embargo, independientemente del resultado los educandos tienen excelente satisfacción a la nueva tecnología. Además, el autor, hace énfasis en que el resultado negativo puede darse por diversas variables como: el carácter del maestro y estudiante, número de estudiantes y tipo de aulas que presenta la institución.

Otra característica favorable que permitió obtener resultados positivos con la metodología de aprendizaje combinado en las capacidades de razonamiento - demostración y resolución de problemas es el eficiente uso de las TIC por partes de los estudiantes. Y en cuanto a la capacidad de comunicación geométrica no fue favorable la nueva metodología en comparación con la tradicional debido a que los educandos ya tenían conocimientos de conceptos teóricos básicos previos de geometría.

Es necesario mencionar que los estudiantes del grupo experimental en el cuestionario de satisfacción sobre el recurso didáctico seleccionado, la mayor parte de ellos se sienten satisfechos y están convencidos de que el aprendizaje combinado mejora las capacidades académicas. Según Pastor (2019), indica que al aplicar herramientas didácticas seleccionadas y distintas a las tradicionales aumenta significativamente el rendimiento académico.

Conclusiones

En esta investigación se estudió a detalle las capacidades geométricas con el uso de una nueva metodología y la metodología tradicional. Esto es, debido a que el análisis del rendimiento académico es complejo por diversos factores y espacios temporales. Por ende, es necesario la aplicación de los recursos innovadores para disminuir los efectos negativos y mejorar el impacto de los mismos, por lo que se llega a las siguientes conclusiones:

El uso de aprendizaje combinado a través del recurso didáctico como material con contenido de la recta con conexiones con GeoGebra, videos, y el empleo de la aplicación del *software* GeoGebra mejoran considerablemente la comprensión del significado de la recta en la geometría euclidiana, cartesiana y analítica. En este sentido, se demostró que el grupo experimental y de control inicialmente fueron seleccionados con las mismas condiciones estadísticamente significativas, esto hace referencia a la prueba *Pre-Test* o antes del tratamiento.

Los datos empíricos de los estudiantes de la muestra de estudio indican que la media del grupo experimental después del tratamiento es superior en las capacidades de razonamiento – demostración en 0.91 a la media del grupo control; diferencia significativa de acuerdo al nivel de probabilidad (sig. bilateral =0.029). Es decir, que al utilizar el *software* GeoGebra y recursos didácticos seleccionados, el estudiante llega a tener mejores niveles de desempeño en la visualización de los elementos de la recta, razonamiento abstracto, de reconocimiento de símbolos de la recta y fórmulas de la misma.

La evidencia empírica ha permitido demostrar que los estudiantes que estudian la recta y que utilizan el *software* GeoGebra y material didáctico seleccionado adquieren una mejor comprensión al resolver problemas o mejorar el proceso de realizar ejercicios. La media final de la capacidad de resolución de problemas geométricos del grupo experimental fue superior en 1.54 de la media final del grupo de control, siendo una diferencia significativa de 0.043; esto significa, que los educandos intentan usar diversas estrategias de procedimientos de cálculo que les permitan mejorar su creatividad.

Con respecto a la capacidad de comunicación geométrica los materiales didácticos seleccionados tuvieron mínima relevancia. Por lo que los estudiantes alcanzaron casi el mismo nivel entre las dos metodologías; dado que el conglomerado educativo tiene conocimiento previo de conceptos básicos teóricos de la recta. Tal es el caso de que en la nueva metodología la media es más alta en 0.12 puntos en comparación con la media de la enseñanza tradicional. Sin embargo, las medias estadísticamente son iguales con un nivel de significancia de 0.839.

Recomendaciones

De acuerdo a las conclusiones encontradas con fundamentación inferencial se sugiere a los docentes y estudiantes las siguientes recomendaciones:

Realizar investigaciones con la aplicación del aprendizaje combinado, en este caso con el uso del *software* GeoGebra, videos y material didáctico seleccionados con base a los temas del currículo nacional a nivel bachillerato unificado tales como: Números Reales, Funciones Reales y Radicales, Límites y Derivadas de las Funciones, Vectores, Geometría y Estadística; como estrategia de aumentar la motivación y mejorar el rendimiento académico de los estudiantes y exponer su importancia.

Se sugiere a los educadores implementar la herramienta GeoGebra para mejorar en los estudiantes la comprensión y reconocimiento de símbolos, fórmulas y la visualización dinámica de los elementos de la recta en el plano cartesiano; es decir, aumentar las habilidades de la capacidad de razonamiento y demostración.

Para mejorar las habilidades y creatividad en la competencia de resolución de problemas se propone seleccionar recursos didácticos detallados y enlazados a las TIC, para superar a las estrategias tradicionales que cada vez están en desventaja en relación al desarrollo y cambios de patrones de comportamiento de la sociedad.

La evidencia hallada manifiesta que en el uso de la nueva metodología no existe diferencia inferencial con la metodología tradicional en la dimensión comunicación geométrica. Para obtener resultados eficaces se recomienda capacitar a los docentes del área de matemática a nivel de bachillerato sobre el manejo del uso de GeoGebra y sus bondades para la enseñanza de la recta y de la geometría en general.

Referencias

- Alvarez, C. (2019). *Estrategias de Comunicación Educativa: Un enfoque desde el Aprendizaje Ubicuo*. <http://www.cuadernosartesanos.org/#153>
- Amador, L. (2017). Incidencia del ambiente blended learning basado en el modelo sinéctico en el aprendizaje del concepto de fracción en matemáticas. In *Universidad Pedagógica de Colombia. Departamento de Tecnología Especialización en Tecnologías de la Información Aplicadas a la Educación*. <http://200.119.126.32/handle/20.500.12209/9575>
- Aparicio-Gómez, O., y Ostos-Ortiz, O. (2021). Pedagogías emergentes en ambientes virtuales de aprendizaje. *Revista Internacional de Pedagogía e Innovación Educativa*, 1(1), 11–36. <https://doi.org/10.51660/ripie.v1i1.25>
- Arce, G., y Sánchez, O. (2019). *Tecnología cognitiva aplicada a la comunicación en las aulas virtuales* [Universidad Piloto de Colombia]. <http://repository.unipiloto.edu.co/handle/20.500.12277/4780>
- Avila, F., Belmont, J., y Martín, M. (2019). *Elementos de un entorno de formación combinado que inciden en el aprendizaje de los futuros formadores*. <http://www.conisen.mx/memorias2019/memorias/1/P188.pdf>
- Báez, C., y Clunie, C. (2019). Una mirada a la Educación Ubicua. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia (RIED)*, 22(1). <https://www.redalyc.org/jatsRepo/3314/331459398017/331459398017.pdf>
- Beltrán, J. (2017). *B-learning como diseño de una estrategia didáctica en los procesos aprender-evaluar de la geometría, en el curso sexto uno, del colegio Juan Pablo II*. [Universidad Cooperativa de Colombia, Escuela de Posgrados]. https://repository.ucc.edu.co/bitstream/20.500.12494/7841/1/2017_blearning_diseno_estrategia.pdf
- Bolaños, A., Ruiz, M., Alonso, B., Bermúdez, I., y Bolaños, V. (2020). GeoGebra, Quizizz, PowToon y Kahoot como recursos tecnológicos en la enseñanza de la Geometría en séptimo año de la Educación General Básica costarricense. *Pensamiento Actual*,

- 20(34), 61–73. <https://doi.org/10.15517/pa.v20i34.41791>
- Bos, H. (1886). *Geometría Elemental*. París: QA461B68.
- Cabero, J., y Marín, V. (2018). Blended learning y realidad aumentada: experiencias de diseño docente. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 21(1), 1390–3306. <https://doi.org/10.5944/ried.21.1.18719>
- Calderón, B., y Córdova, D. (2020). B-learning en la enseñanza del idioma inglés como segunda lengua: una revisión sistemática de la literatura. *Edutec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 73, 105–121. <https://doi.org/10.21556/edutec.2020.73.1745>
- Canabal, C., y Margalef, L. (2017). La retroalimentación: la clave para una evaluación orientada al aprendizaje. *Profesorado*, 21(2), 149–170. <https://www.redalyc.org/pdf/567/56752038009.pdf>
- Casado, M. (2017). *Un videoblog para el aprendizaje de la geometría en educación primaria* [Universidad de Sevilla]. <https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/63297/TFG543%281%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Datri, E. (1992). La geometría de Euclides y el espacio absoluto de Newton: compromisos y presuposiciones. In *Páginas de Filosofía* (pp. 24–32). <http://170.210.83.53/htdoc/revele/index.php/filosofia/article/view/572>
- Díaz-Nunja, L., Rodríguez-Sosa, J., y Lingán, S. (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. *Propósitos y Representaciones*, 6(2), 217. <https://doi.org/10.20511/pyr2018.v6n2.251>
- Fernández, H., y Gamboa, M. (2018). *La didáctica de la geometría en función del desarrollo tecnológico de la pedagogía contemporánea*. 63–78. <https://core.ac.uk/download/pdf/234159507.pdf>
- Flores, Á., y García, A. (2017). Sistema de aprendizaje ubicuo en ambientes virtuales. *Revista Cubana de Educación Superior*, 36(2), 27–37. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0257-43142017000200003
- Gema de, P. G. (2016). *La importancia de la presencia docente en Entornos Virtuales de Aprendizaje* [Universidad Autónoma de Madrid].

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=68671>

- González, K., y Guillén, C. (2017). Taller : Socrative y JClick herramientas para dar los primeros pasos en geometría analítica y sucesiones. *X Congreso Internacional Sobre Enseñanza de La Matemática Asistida Por Computadora*, 282–312. <http://funes.uniandes.edu.co/17383/1/Gonzalez2017Taller.pdf>
- Graciela, C., y Montenegro, A. (2019). *El desarrollo de las competencias y la formación del ingeniero desde álgebra y la geometría analítica*. <https://acofipapers.org/index.php/eiei/article/view/71/66>
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación* (S. A. D. C. V. McGraw-Hill/Interamericana Editores. México, DF
- Kindle, J. (1989). *Teoría y problemas de geometría analítica plana y del espacio*. Editado por McGraw-Hill. México.
- Ku, L. (2015). *Conceptos básicos de la geometría analítica*. http://148.215.1.182/bitstream/handle/20.500.11799/108218/secme-15332_1.pdf?sequence=1
- Londoño, V. (2019). Separación de mezclas. Estrategias didácticas para el aula en el ciclo de educación media de entorno rural [Universidad Nacional de Colombia]. In *Repositorio.Unal.Edu.Co*. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/76371>
- López-Roldán, P., y Fachelli, S. (2015). Metodología de la investigación social cuantitativa. In *Universitat Autònoma Barcelona* . Primera Edición.
- Medina-Chicaiza, R., Cruz-Escobar, M., y González-Hernández, W. (2017). Espacio virtual iconográfico de aprendizaje ubicuo orientado al desarrollo del pensamiento lógico en bachillerato general unificado. *Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa*, 5(2), 85–98. <http://refcale.ulead.edu.ec/index.php/refcale/article/view/1573/968>
- Mejía, C., Michalón, D., Michalón, R., López, R., Palmero, D., y Sánchez, S. (2017). Espacios de aprendizaje híbridos. Hacia una educación del futuro en la Universidad de Guayaquil. *MediSur de La Universidad de Ciencias Médicas de Cienfuegos*, 15(3), 350–355. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1727-

897X2017000300010

Ministerio de Educación del Ecuador. (2018). *Matemática 1 BGU*. Editado por: E. D. Bosco. Quito.

Morales, R., y Curiel, L. (2019). Estrategias socioafectivas factibles de aplicar en ambientes virtuales de aprendizaje. *EduTec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 69, 36–52. <https://doi.org/10.21556/edutec.2019.69.1289>

Moreno, E. (2019). *Uso integrado de GeoGebra y Moodle en la enseñanza de tangencias en 1° de bachillerato* [Universidad Politécnica de Madrid]. <https://zaguan.unizar.es/record/10321/files/TAZ-TFM-2013-144.pdf>

Ojeda, A., Chávez, H., y Mendoza, F. (2013). *Lugar geométrico y la recta en el plano: antecedentes para su enseñanza en el bachillerato tecnológico*. (Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. (ed.); pp. 815–824). <http://funes.uniandes.edu.co/4117/>

Pastor, R. (2019). *Herramientas didácticas orientadas al estudiante y el rendimiento académico* [Universidad Peruana Cayetano Heredia]. <http://repositorio.upch.edu.pe/handle/upch/7310>

Piñero, J., y Costado, M. (2019). *Rendimiento de metodologías de aprendizaje mixto en docencia reglada universitaria: diseño de una herramienta de evaluación de las competencias geométricas*. <https://indoc.uca.es/articulos/sol-201800112585-tra.pdf>

Rodríguez, N. (2019). *Programación didáctica y situación de aprendizaje* [Universidad de la Laguna]. [https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/16722/programacion didactica y situacion de aprendizaje..pdf?sequence=1](https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/16722/programacion%20didactica%20y%20situacion%20de%20aprendizaje..pdf?sequence=1)

Sánchez, I., y Prieto, J. (2017). Características de las prácticas matemáticas en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Números*, 96, 97–101. <http://funes.uniandes.edu.co/12707/>

Sandia, B., Pérez, J., y Rivas, D. (2019). Propuesta metodológica para la creación de objetos de aprendizaje. *Revista Electrónica de Enseñanza de Las Ciencias*, 18(3), 521–542. <http://revistas.educacioneditora.net/index.php/REEC/article/view/348/21>

- Velandia-Mesa, C., Serrano-Pastor, F., y Martínez-Segura, M. (2017). La investigación formativa en ambientes ubicuos y virtuales en Educación Superior. *Comunicar: Revista Científica Iberoamericana de Comunicación y Educación*, 51, 9–18. <https://www.torrossa.com/en/resources/an/4131087#>
- Villagrán-Cáceres, W., Cruz-Siguenza, E., Barahona-Avecilla, F., Barrera-Cárdenas, O., y Insuasti-Castelo, R. (2018). Utilización de GeoGebra como herramienta metodológica en la enseñanza de la geometría analítica y su incidencia en el control del rendimiento académico de estudiantes del primer semestre de ingeniería. *Dominio de Las Ciencias*, 4(4), 128. <https://doi.org/10.23857/dc.v4i4.827>
- Villalva, E., Molina, R., Palacios, F., y Villalva, M. (2020). Las TICs como recurso para optimizar los procesos de enseñanza aprendizaje en la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad de Guayaquil. *Espacios*, 41(46), 274–280. <https://doi.org/10.48082/espacios-a20v41n46p23>
- Williner, B., Favieri, A., y Scorzo, R. (2020). Clasificación de tareas con software. Propuesta usando la aplicación GeoGebra para dispositivos móviles en carreras de ingeniería. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 16(59), 293–309. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/144>

Apéndices

Apéndice 1: Pre-Test y Post- Test



COLEGIO DE BACHILLERATO "ZUMBA"

COLEGIO DEL MUNDO BI
ZUMBA-ECUADOR

DISTRITO: 19D03 CHINCHIPE-PALANDA CIRCUITO: 19D03C03_a_01 AMIE: 19H00158
SECCIÓN: DIURNA



PRE-TEST / POST-TEST

GEOMETRÍA

1RO AÑO BACHILLERATO PARALELO C

Nombre : _____

Fecha : miércoles, 26 de mayo de 2021.

Tema : la recta desde el punto de vista de la geometría plana, cartesiana y analítica

A. CAPACIDAD DE COMUNICACIÓN GEOMÉTRICA

1. Seleccione la respuesta correcta

Un punto es:

- Es aquella representación geométrica, que no tiene medida, es decir, sin longitud, sin anchura, ni altura.
- Es aquella representación geométrica, que tiene longitud, anchura y altura.
- Es aquel que tiene tamaño, pero no ocupa un lugar en el espacio.
- Es aquel que no tiene tamaño, pero no ocupa un lugar en el espacio

2. La recta es:

- Es el conjunto infinito de puntos que se encuentran que tienen una misma dirección.
- Es la sucesión de puntos que no están alineados unos a otros
- Es el conjunto finito de puntos colineales
- Es aquella que se la nombre con letra mayúscula.

3. La semirrecta también se llama.

- Plano
- Segmento
- Rayo
- Puntos colineales.

4. Segmentos congruentes son:

- Aquellos que tienen la misma medida
- Son aquellos que tienen diferente medida
- Son aquellos que tienen un conjunto de puntos no colineales
- Son aquellos que tienen un conjunto infinito de puntos colineales

5. La recta se la puede encontrar con:

- Un punto y un vector director
- Dos puntos
- Un punto y un vector paralelo

d) Todas las anteriores

6. El ángulo recto es aquel que:

- a) Es menor que el ángulo agudo
- b) Es mayor que un ángulo obtuso
- c) Tiene 90°
- d) Ninguna de las opciones

7. Rectas paralelas son aquellas que:

- a) Tienen la misma inclinación nunca se van a topar
- b) Formar un ángulo de 90°
- c) Las pendientes son iguales
- d) Literal a y c

8. La noción de recta

- a) Un campo de fútbol
- b) Una hoja de cuaderno
- c) Un cabo de un hilo extendido y tenso
- d) La punta de un lápiz

9. La noción de un punto es:

- a) El tallo de una flor
- b) Un grano de arena
- c) Un cabo de un hilo extendido y tenso
- d) La orilla de una hoja del libro

10. Un vector es aquel que está formado por:

- a) Módulo, dirección y sentido
- b) Solo magnitud
- c) Solo norma
- d) Número y unidad



COLEGIO DE BACHILLERATO "ZUMBA"

COLEGIO DEL MUNDO BI
ZUMBA-ECUADOR

DISTRITO: 19D03 CHINCHIPE-PALANDA

CIRCUITO: 19D03C03 a 01

AMIE: 19H00158

SECCIÓN: DIURNA



PRE-TEST / POST-TEST

GEOMETRÍA

1RO AÑO BACHILLERATO PARALELO C

Nombre : _____

Fecha : miércoles, 26 de mayo de 2021.

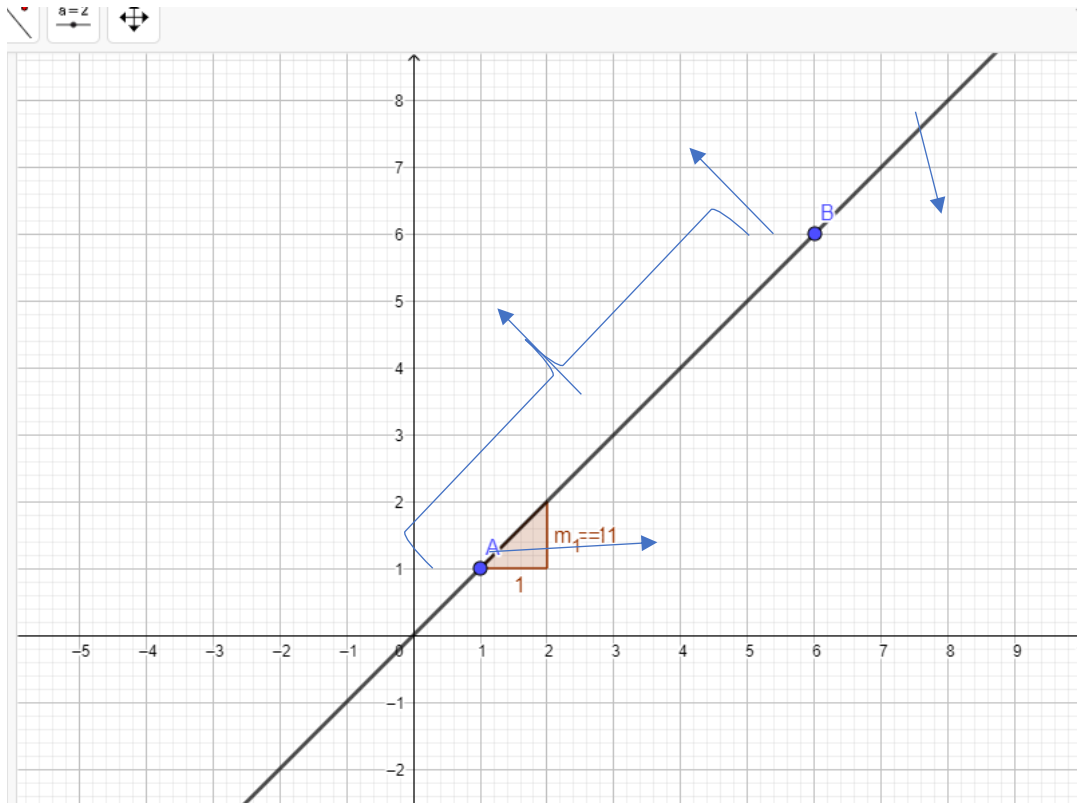
Tema : la recta desde el punto de vista de la geometría plana, cartesiana y analítica

B. LA CAPACIDAD DE RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN

1. Enlace según corresponda

- | | | |
|------------|---------------------------------|--|
| - rayo | r o \overleftrightarrow{BC} | |
| - segmento | M | |
| - punto | \overline{BC} | |
| - recta | \overleftrightarrow{BC} | |

2. Escriba los elementos que observa en el plano cartesiano



3. Arrastre el nombre correspondiente de las siguientes ecuaciones que se encuentran en el cuadro.

Vectorial	Explicita	Punto pendiente
General	Continua	Paramétrica

Categoría	Ecuación
	$(x, y) = P + t \vec{v}$ $(x, y) = (x_0, y_0) + t(a, b)$
	$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$
	$t = \frac{x - x_0}{a};$ $t = \frac{y - y_0}{b}$
	$Ax + By + C = 0$
	$y = mx + b$
	$y - y_0 = m(x - x_0)$



COLEGIO DE BACHILLERATO "ZUMBA"

COLEGIO DEL MUNDO BI
ZUMBA-ECUADOR

DISTRITO: 19D03 CHINCHIPE-PALANDA CIRCUITO: 19D03C03 a 01
SECCIÓN: DIURNA

AMIE: 19H00158



PRE-TEST / POST-TEST

GEOMETRÍA

1RO AÑO BACHILLERATO PARALELO C

Nombre : _____

Fecha : miércoles, 26 de mayo de 2021.

Tema : la recta desde el punto de vista de la geometría plana, cartesiana y analítica

C. LA CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

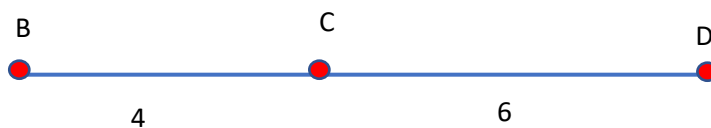
1. Calcule y seleccione la cantidad de segmentos que puede encontrar en la siguiente recta con la siguiente formula o manualmente: $N = \frac{n(n-1)}{2}$

a) 4
b) 20
c) 5
d) 10

PROCESO

2. Operaciones con segmentos: calcule y seleccione el literal correspondiente

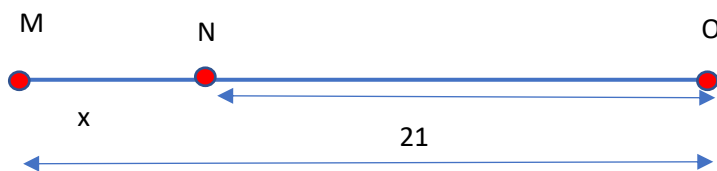
Suma de segmentos: el segmento \overline{BD} =?



- a) 24 b) 2 c) 10 d) 6

PROCESO

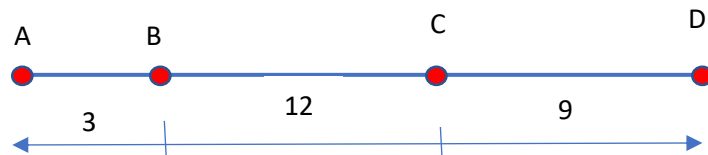
Resta de segmentos: el segmento \overline{MN} =?



- a) 21 b) 11 c) 24 d) 53

PROCESO

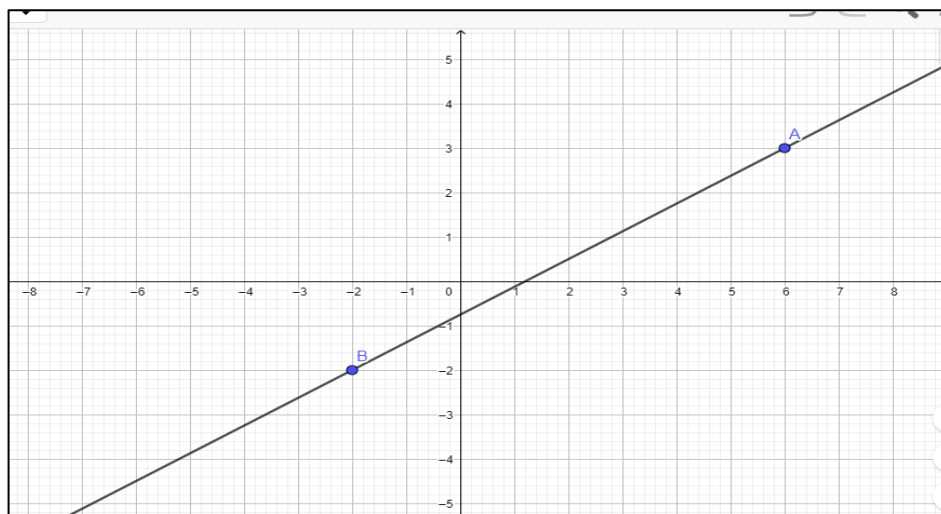
Multiplicación: el segmento \overline{CD} =?



- a) $4\overline{AC}$ b) $\frac{1}{4}\overline{BC}$ c) \overline{AC} d) $3\overline{AB}$

PROCESO

3. Encuentre la pendiente, la ecuación vectorial y paramétrica de la recta con los puntos que se encuentran en el plano cartesiano. (pendiente $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ y el vector $\vec{v} = \overrightarrow{BA} = A - B$)



Seleccione la opción correcta

Pendiente

- a) $m = -\frac{5}{8}$ b) $m = \frac{5}{8}$ c) $m = \frac{8}{5}$ d) $m = -\frac{8}{5}$

Ecuación vectorial

- a) $(x, y) = (-2, -2) + t(5, 8)$ b) $(x, y) = (-2, -2) + t(8, 5)$
 c) $(x, y) = (-2, -2) + t(-8, 5)$ d) $(x, y) = (-2, -2) + t(8, -5)$

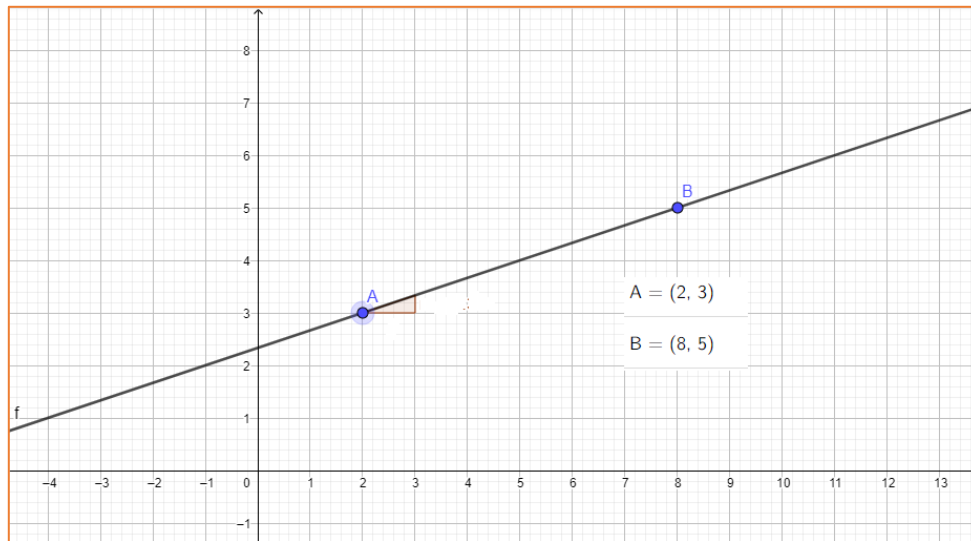
Ecuación paramétrica

- a) $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = -2 + 8t \end{cases} \quad t \in R$ b) $\begin{cases} x = -2 - 8t \\ y = -2 + 5t \end{cases} \quad t \in R$
 c) $\begin{cases} x = -2 + 8t \\ y = -2 + 5t \end{cases} \quad t \in R$ d) $\begin{cases} x = -2 + 8t \\ y = -2 - 5t \end{cases} \quad t \in R$

PROCESO

PROCESO

4. Observe con atención la figura siguiente.



a) Encuentre el punto medio:

$$\bar{x} = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

$$\bar{y} = \frac{y_2 + y_1}{2}$$

$$M(\bar{x}, \bar{y}) = (\quad , \quad)$$

PROCESO

b) Encuentre ya ecuación explícita ($y = mx + b$) a través de la ecuación punto pendiente que es la siguiente: $y - y_1 = m(x - x_1)$, donde m es la pendiente.

$$y = mx + b \quad \rightarrow \quad y = -x + _$$

c) Encuentre la ecuación general ($Ax + By + C = 0$) a partir de la ecuación explícita.

$$\boxed{}$$

PROCESO