



UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA

La Universidad Católica de Loja

AREA ADMINISTRATIVA

TITULO DE INGENIERO EN ADMINISTRACIÓN EN BANCA Y FINANZAS

Valor en riesgo de las carteras de inversión con activos de Ibex35.

TRABAJO DE TITULACIÓN.

AUTOR: Díaz Pérez, Geovanny Mauricio

DIRECTOR: Armas Herrera, Reinaldo, PhD.

LOJA- ECUADOR

2019



Esta versión digital, ha sido acreditada bajo la licencia Creative Commons 4.0, CC BY-NY-SA: Reconocimiento-No comercial-Compartir igual; la cual permite copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra, mientras se reconozca la autoría original, no se utilice con fines comerciales y se permiten obras derivadas, siempre que mantenga la misma licencia al ser divulgada. <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es>

201J

APROBACIÓN DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

PhD.

Reinaldo Armas Herrera.

DOCENTE DE LA TITULACIÓN.

De mi consideración:

El presente trabajo de titulación: Valor en riesgo de las carteras de inversión con activos del índice bursátil IBEX35, realizado por Geovanny Mauricio Díaz Pérez, ha sido orientado y revisado durante su ejecución, por cuanto se aprueba la presentación del mismo.

Loja, septiembre 2019

f)

DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y CESIÓN DE DERECHOS

“Yo Díaz Pérez Geovanny Mauricio, declaro ser autor del presente trabajo de titulación: Valor en riesgo (VaR) de las carteras de inversión con activos del índice bursátil IBEX35, de la Titulación en Administración en Banca y Finanzas, siendo el PhD. Reinaldo Armas Herrera director del presente trabajo; y eximo expresamente a la Universidad Técnica Particular de Loja y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales. Además, certifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de mi exclusiva responsabilidad.

Adicionalmente declaro conocer y aceptar la disposición del Art. 88 del Estatuto Orgánico de la Universidad Técnica Particular de Loja que en su parte pertinente textualmente dice:

“Forman parte del patrimonio de la Universidad la propiedad intelectual de investigaciones, trabajos científicos o técnicos y tesis de grado o trabajos de titulación que se realicen con el apoyo financiero, académico o institucional (operativo) de la Universidad”

f.

Autor: Geovanny Mauricio Díaz Pérez.

Cédula: 1719269308.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Técnica Particular de Loja, por haberme brindado tantas oportunidades y enriquecerme en conocimiento permitiendo lograr mi objetivo de ser un excelente profesional.

A mi madre, por haberme permitido de formarme en esta prestigiosa universidad y haber sido mi apoyo durante todo este tiempo, y de manera general a toda mi familia y amigos que han sido un pilar fundamental para hacer realidad mis metas propuestas.

INDICE DE CONTENIDOS

| | |
|--|------|
| CARÁTULA | i |
| APROBACIÓN DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN | ii |
| DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y CESIÓN DE DERECHOS..... | iii |
| AGRADECIMIENTOS | iv |
| INDICE DE CONTENIDOS..... | v |
| ÍNDICE DE TABLAS..... | vii |
| ÍNDICE DE FIGURAS | viii |
| RESUMEN..... | 1 |
| ABSTRACT | 2 |
| INTRODUCCIÓN | 3 |
| CAPÍTULO I: TEORÍA DE CARTERAS..... | 5 |
| 1.1. Conceptos previos a la teoría de cartera..... | 6 |
| 1.2. Modelos de teorías de carteras..... | 9 |
| 1.2.1. El modelo de Markowitz. | 9 |
| 1.2.2. Modelo de Sharpe. | 14 |
| 1.2.3. Modelo de valoración del precio de los activos financieros (CAPM)..... | 16 |
| 1.2.4. Teoría de línea de mercado de títulos (SML). | 17 |
| 1.2.5. Teoría de la línea de mercado de capitales (CML). | 19 |
| 1.2.6. Teoría de Valoración por Arbitraje (APT) | 22 |
| CAPÍTULO II: VALOR EN RIESGO | 24 |
| 2.1. Valor en Riesgo. | 25 |
| 2.1.1. Método de varianza y covarianza. | 27 |
| 2.1.2. Método de simulación histórica..... | 29 |
| 2.1.3. Método de simulación Monte Carlo. | 30 |
| 2.2. Comparación entre metodologías del VaR. | 32 |
| CAPÍTULO III: DATOS Y METODOLOGÍA. | 34 |
| 3.1. Sector de inversión..... | 35 |
| 3.2. Datos y compañías..... | 35 |

| | |
|--|----|
| 3.3. Metodología..... | 36 |
| 3.3.1. Optimización de portafolio..... | 36 |
| 3.3.2. Cálculo del VaR..... | 39 |
| CAPÍTULO IV. RESULTADOS | 41 |
| 4.1. Resultados..... | 42 |
| 4.2. Discusión de resultados. | 45 |
| CONCLUSIONES..... | 47 |
| RECOMENDACIONES | 48 |
| BIBLIOGRAFÍA..... | 49 |
| ANEXOS..... | 55 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 1. Compañías pertenecientes al índice bursátil IBEX35. | 36 |
| Tabla 2. Ponderación de pesos. | 42 |
| Tabla 3. Resultados del VaR. | 44 |
| Tabla 4. Matriz poblacional. | 54 |
| Tabla 5. Matriz muestral. | 55 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1. Línea de mercado SML. | 19 |
| Figura 2. Línea de mercado de capitales. | 21 |
| Figura 3. Representación gráfica del Value at Risk. | 26 |

RESUMEN

En el mundo de las inversiones existe inquietud en conocer cuál es el riesgo al que se está expuesto al momento de invertir dentro del mercado bursátil. La presente investigación se centra en el cálculo del valor en riesgo (VaR), de una muestra de 20 compañías tomadas del índice bursátil IBEX35 de España, distribuidas aleatoriamente en 3 carteras de inversión de 10, 15 y 20 activos cuyo objetivo es determinar el escenario óptimo para un inversionista al momento de invertir, permitiendo conocer cuál es la pérdida máxima, a través de los métodos que usan series históricas o con una distribución normal como el de varianza - covarianza. Los resultados obtenidos muestran una relación entre los métodos utilizados, existiendo menor pérdida con el método histórico dentro de una cartera conformada por 15 activos en función de la minimización del riesgo.

PALABRAS CLAVES: VaR, método histórico, varianza y covarianza, carteras, índice bursátil.

ABSTRACT

In the world of investments there is concern in knowing what is the risk to which it is exposed when investing in the stock market. This research focuses on the calculation of the value at risk (VaR) of a sample of 20 companies taken from the IBEX35 stock index in Spain, randomly distributed in 3 investment portfolios of 10, 15 and 20 assets whose objective is to determine the scenario optimal for an investor at the time of investing, allowing to know what the maximum loss is, through the methods that use historical series or with a normal distribution such as variance - covariance. The results obtained show a relationship between the methods used, there being less loss with the historical method within a portfolio made up of 15 assets based on risk minimization.

KEYWORDS: VaR, historical method, variance and covariance, portfolios, stock index.

INTRODUCCIÓN

La difícil situación de la toma de decisiones sobre hechos que no conocemos a futuro ha sido uno de los acontecimientos relevantes dentro de las finanzas, siendo uno de los factores más importantes a valorar el riesgo, pues es un indicador que nos muestra cuales son los escenarios negativos al que se expone un tomador de decisiones.

El constante desarrollo del mercado financiero debido a la globalización, afecta a toda la economía mundial fluctuando positiva y negativamente, por lo que es indispensable que este mercado tenga un funcionamiento firme y estable, ya que de esto depende la prosperidad de la sociedad en todo el mundo. (Romero, 2012).

La crisis financiera mundial, suscitada a finales del año 2007, ha provocado que tanto los países del primer mundo como en vías de desarrollo hayan sentido sus efectos provocando recesiones y afectando a las principales bolsas del mundo. Es por ende que al hablar en gestión de riesgo en los últimos años es relevante, puesto que los organismos financieros buscan herramientas que permitan cuantificar el riesgo de manera fácil, flexible y fiable (Jaureguizar, 2009).

El VaR ha sido una de las mejoras más recientes de la administración de riesgo permitiendo determinar la pérdida máxima de una cartera en un rango de tiempo específico dado cierto nivel de confianza (Martinelli, 2002).

El VaR es una herramienta estadística que determina para cierto nivel de confianza, cuánto se puede llegar a perder si se tiene una posición en un mercado de valores, en un tiempo determinado incurrido por la volatilidad de precios. Este permite fijar límites de las posturas que ejecutan los operadores, además de incidir en la medida sobre la asignación de capital para cualquier empresa, pudiendo ser usado para ajustar los resultados al riesgo en el que se ha incidido para obtener retornos (Soley, 2006).

Para el cálculo del VaR de una cartera de inversión existen diferentes métodos tales como el histórico, varianza y covarianza y Monte Carlo. Estas metodologías determinan el VaR de forma distinta, cada una presenta características únicas que permiten medir el riesgo de las carteras de inversión conformadas con activos tanto lineales como no lineales. (Sampieri, Trejo & González, 2014).

La correcta elección del método adecuado para medir el VaR es fundamental para determinar con mejor exactitud el riesgo de mercado, así evitando obtener resultados distorsionados que no permitan tener un punto de vista claro para la toma de decisiones en cada inversión.

Esta investigación tiene como objetivo principal determinar el riesgo de las carteras de inversión en sus tres escenarios propuestos (10,15 y 20 activos) comenzando con la optimización de cada cartera, para luego determinar su valor en riesgo con los retornos diarios de cada activo en un rango de tiempo de 10 años iniciando desde el 2008 hasta el 2018.

Para cumplir con el objetivo, esta investigación se ha compuesto de cuatro capítulos conformados de la siguiente manera: capítulo 1 y 2 comprende lo referente al desarrollo del marco teórico con conceptos clave para este trabajo como teoría de carteras y VaR respectivamente. En el capítulo 3, se puntualiza la metodología y lo relacionado a la muestra de la investigación y procedimientos para el cálculo de éste, tomando como fuente de recolección de datos Yahoo Finance, y por último el capítulo 4, en donde, se especifican los resultados obtenidos, las conclusiones y recomendaciones.

CAPÍTULO I: TEORÍA DE CARTERAS.

1.1. Conceptos previos a la teoría de cartera.

La Teoría de Carteras es una serie de contribuciones teóricas que ayudan al inversor a la adecuada elección de activos para conformar una cartera de inversión eficiente, enfocadas en la elección razonada por parte de los interesados en invertir a partir de una selección de activos que conforman el portafolio de inversión. Con el paso del tiempo han surgido nuevas teorías que van perfeccionando los mecanismos de cálculo para la elección de una cartera con el mejor rendimiento (Sogorb, 2013).

A continuación, se realiza la definición de algunos conceptos previos para abordar el desarrollo del capítulo.

Mercado de capitales.

Es el lugar donde se negocian títulos valores tal y como lo definen Gitman & Joehnk (2009), “es el mercado donde se compran y venden títulos a largo plazo (con vencimientos mayores a un año), como acciones y bonos” (p. 33).

En cambio, Montalvo (1998) lo define como mercado de capitales, porque el capital invertido por las persona y empresas son convertidas en títulos valores generando una rentabilidad siendo estas canalizadas hacia la inversión productiva.

Cartera de inversión.

Se define como la composición de varios activos financieros siendo estos de diversas características gestionados por una misma titularidad jurídica, cuyo fin es obtener resultados deseados para los inversores (Boza, 2013).

Riesgo.

El riesgo se basa en la probabilidad de que un evento incierto ocurra, ocasionando efectos negativos tal y como lo definen Higuera, Dorofee, Walker & Williams (1994), “Riesgo es la posibilidad de sufrir pérdida” (p.3), pero con la ventaja de poderlos estimar.

Riesgo de mercado.

Según Rey (2017), el riesgo de mercado es la probabilidad de una reducción en el valor de un portafolio de inversión o negocio, debido a cambios desfavorables en los factores de riesgo de mercado. Estos factores son:

- **Riesgo de tipos de interés:** riesgo derivado de las variaciones de las tasas de interés activas y pasivas.
- **Riesgo cambiario:** riesgo derivado de los cambios en el valor de una moneda en términos de otra.
- **Riesgo de mercado** es el riesgo derivado de la posibilidad de pérdida de valor de los portafolios financieros.

Riesgo de cartera.

El riesgo de cartera se lo determina con la varianza de sus rendimientos esperados. Según Boza (2013), una cartera está conformada por:

- **Cartera con n clases de activos.**

El riesgo de este tipo de cartera es la varianza de la suma de sus variables aleatorias, siendo esta suma la rentabilidad de la cartera. Está representado por:

$$\sigma^2(Z) = K_1^2 \sigma^2(Z_1) + K_2^2 \sigma^2(Z_2) + K_3^2 \sigma^2(Z_3) + 2k_1k_2\sigma_{12} + 2k_1k_3\sigma_{13} + 2k_2k_3\sigma_{23}$$

Donde: (1)

$\sigma^2(Z)$ = Varianza de la rentabilidad de la cartera.

K_1^2 = Rendimiento del activo 1.

$\sigma^2(Z_1)$ = riesgo del activo 1.

A

La varianza de la cartera también depende de la covarianza que existe entre sus variables aleatorias.

- **Cartera con dos clases de activos.**

Este tipo de cartera al estar formada por dos activos los términos indicados anteriormente quedan simplificadas, para facilitar el cálculo. Haciendo que $X_1 = X$; $X_2 = 1 - X$.

Diversificación de riesgo.

Según Ross, Westerfield & Jaffe (2012), existen dos tipos de riesgo dentro de un portafolio:

- Riesgo sistemático: denominado también riesgo de mercado, no solo afecta a un cierto número de acciones sino a todos los instrumentos financieros dentro del mercado. Se considera un riesgo no diversificable.
- Riesgo no sistemático: valor de un instrumento financiero que se ve afectado por los factores propios de cada emisor. Puede ser controlado con una diversificación conveniente.

Rentabilidad.

La rentabilidad son los beneficios obtenidos por realizar cierta actividad económica ya sea esta, de bienes o servicios, siendo las personas naturales o jurídicas quienes generan esta utilidad a partir de un capital inicial que es utilizado en una o varias inversiones (Lizcano & Castello, 2004).

Para determinar la rentabilidad existen diversas razones financieras que establecen una relación entre las cuentas más representativos de los estados financieros como su patrimonio, activos, volumen de ventas, entre otros (Sánchez, 2014).

Rendimiento de una cartera.

El rendimiento de una cartera de inversión es el promedio ponderado de las rentabilidades de cada uno de los activos individuales. Gitman & Zutter (2016) plantean la siguiente ecuación con el cual es posible determinar el rendimiento de una cartera de activos:

$$k_p = (w_1 * k_1) + (w_2 * k_2) + \dots + (w_n * k_n) = \sum_{j=1}^n w_j * k_j \quad (2)$$

Donde:

w_j = proporción del valor económico total de la cartera, representada por el activo i .

k_j = rendimiento generado por el activo i .

Por supuesto, $\sum_{j=1}^n w_j = 1$, debiendo incluirse este cálculo en la totalidad de la cartera compuesta por los activos.

Luego de haber revisado algunos de los principales conceptos referentes a este trabajo de investigación se procederá a revisar los principales modelos, sus hipótesis y supuestos de la teoría de carteras.

1.2. Modelos de teorías de carteras.

1.2.1. El modelo de Markowitz.

El primer investigador en reconocer los problemas de cartera fue Markowitz, quien planteó el modelo cuantitativo de media-varianza (Markowitz, 1952). Su modelo se basa en la creación de una cartera óptima en que todo inversor espera tener una máxima rentabilidad reduciendo el riesgo.

Esta teoría está definida como un determinado grupo de carteras conformadas por activos que generan utilidad, obteniendo una relación entre volatilidad y rentabilidad, dando como resultado esperado un alto rendimiento para un nivel de riesgo dado. A esto se lo denomina frontera eficiente de carteras (Betancourth, García, & Lozano, 2013).

Según López (2017), el modelo debe cumplir una serie de supuestos de partida:

- La rentabilidad de una cartera está dada por la media.
- El riesgo se calcula según la variación de precios de los activos dentro de una cartera de inversión.
- El inversionista hará su elección razonable eligiendo la cartera con mayor rentabilidad y el mínimo riesgo.

El rendimiento esperado de una inversión no se plantea como un único elemento esencial según la teoría, sino que deben existir dentro de esta selección una combinación de activos que cumplan ciertas características para obtener un máximo rendimiento o tener un riesgo mínimo (Pfiffelmann, Roger & Bourachnikova, 2016).

Diversificación del portafolio.

Dentro del concepto de diversificación existen tres supuestos: el primero, asume que todos los valores poseen la misma varianza; el segundo, que todas las covarianzas son las mismas; y, por último, todos los valores están igualmente ponderados en la cartera. Si estos tres supuestos se dan, la varianza del portafolio se aproximará a cero, sin afectar la rentabilidad esperada (Shapiro, 2003).

Markowitz (1952), indica en su artículo "Portfolio Selection", que los modelos matemáticos y estadísticos que determinan la rentabilidad de un activo son:

La rentabilidad una variable aleatoria (Y), que puede tomar un valor finito de valores γ_n , donde la probabilidad de γ_1 sea p_1 y así sucesivamente con los γ_n , de esta manera definimos la media o valor esperado de Y como:

$$E(Y) = \sum_{i=1}^n \rho_i * \gamma_i \quad (3)$$

Obteniendo:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \rho_i * (\gamma_i - E)^2 \quad (4)$$

Donde:

E = rendimiento esperado del portafolio.

σ^2 = varianza del portafolio.

ρ_i = la participación relativa de cada activo.

γ_i = rendimiento esperado de cada activo.

En el supuesto de que existen una serie de variables aleatorias: R_1, \dots, R_n , siendo \tilde{U} una suma ponderada de R_i , :

$$R = \sum_{i=1}^n \alpha_i * R_i \quad (5)$$

En donde \tilde{U} es también una variable aleatoria.

Para conocer el valor esperado de R, debemos conocer su covarianza la cual está expresada de la siguiente forma:

$$\sigma_{ij} = E \left\{ (R_i - E(R_i)) * (R_j - E(R_j)) \right\} \quad (6)$$

Expresado en términos de la correlación tenemos:

$$\sigma_{ij} = P_{ij} * \sigma_i * \sigma_j \quad (7)$$

Donde:

σ_{ij} = covarianza entre los rendimientos de las acciones i y j .

P_{ij} = probabilidad de ocurrencia de los retornos de las acciones i y j .

σ_i = covarianza de la acción i .

σ_j = covarianza de la acción j .

La varianza de la suma ponderada es:

$$V(R) = \sum_{i=1}^N \alpha_i^2 V(X_i) + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{i>1}^N \alpha_i \alpha_j \sigma_{ij} \quad (8)$$

Si utilizamos el hecho de que la varianza de R_i es σ_{ii} entonces:

$$V(R) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j \sigma_{ij} \quad (9)$$

El rendimiento del portafolio es igual a:

$$R = \sum R_i X_i \quad (10)$$

En donde:

$V(R)$ = varianza del rendimiento del portafolio.

R_i = Rentabilidad de la acción.

α_i y α_j = desviación estándar de las acciones i y j .

σ_{ij} = Covarianza entre los rendimientos de las acciones i y j .

X_i = proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero i .

El rendimiento R en el portafolio es la suma de las variables aleatorias, observándose que el rendimiento esperado E es igual a:

$$E = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i \quad (11)$$

Donde:

E = rendimiento esperado.

X_i = la participación relativa de cada activo.

μ_i = rendimiento esperado de cada activo.

Y la varianza es:

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} X_i X_j \quad (12)$$

Donde:

σ_{ij} = Covarianza entre los rendimientos de las acciones i y j .

X_i = proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero i .

Frontera de eficiencia de Markowitz.

La frontera de eficiencia representa el conjunto de oportunidades de una cartera de inversión cuando está conformada por diversos activos financieros, manifestando las combinaciones posibles entre rendimientos esperados y riesgo (Ross, Westerfield, & Jordan, 2006). Permitiendo identificar la combinación adecuada y eficiente entre riesgo/rentabilidad entre los distintos activos que conforman la cartera de inversión (Bodie, Kane, & Marcus, 2004).

Según Markowitz (1952), existen dos formas de encontrar la frontera eficiente:

1. Minimización de riesgo para diversos horizontes de rentabilidad:

$$\text{Min} = \sigma^2(R_p) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_i \cdot x_j \sigma_{ij} \quad (13)$$

Sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot E(R_i) = V^* \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (15)$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

En donde:

$E(R_p)$ es la varianza o el rendimiento esperado de la cartera.

R_i = Rentabilidad de la acción.

$E(R_i)$ = Rentabilidad esperado de la acción i .

R_p = Rentabilidad del portafolio.

w_i = Parte del presupuesto destinado del inversionista a la acción i .

$\sigma^2(R_p)$ = Varianza de la rentabilidad del portafolio.

σ_{ij} = Covarianza entre los rendimientos de las acciones i y j .

σ_0 = Varianza máxima admitida.

X_i = proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero i .

μ_0 = Rendimiento mínimo requerido.

2. Maximización de la rentabilidad para los diversos horizontes de riesgo:

$$Max = E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot E(R_i) \quad (16)$$

Sujeto a:

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2 \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad x_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (18)$$

En donde:

$E(R_p)$ es el retorno esperado del portafolio.

R_i = Variable aleatoria rendimiento del activo i .

$E(R_i)$ = Rendimiento esperado del activo i .

R_p = Variable aleatoria del rendimiento del portafolio.

w_i = Proporción del presupuesto destinado del inversionista destinado al activo i .

$\sigma^2(R_p)$ = Varianza del rendimiento del portafolio.

σ_{ij} = Covarianza entre los rendimientos de los activos i y j .

σ_0^2 = Varianza máxima admitida.

El principal aporte del modelo de Markowitz es que sirve de guía para el inversionista racional al momento de elegir la composición de su portafolio, facilitando obtener una máxima rentabilidad al mismo tiempo que disminuye el riesgo existente. Este modelo ha servido como base para investigaciones posteriores sobre selección y optimización de portafolios (Franco, Avendaño, & Barbutín, 2011).

1.2.2. Modelo de Sharpe.

El modelo de Sharpe se desarrolla bajo el mismo razonamiento que el modelo de Markowitz: conformar un portafolio con la máxima eficiencia y minimizando el riesgo de la cartera total, condicionando a:

- El rendimiento esperado que debe ser igual a $\mu_k = \alpha_k + \beta_k * \mu_m$; donde, α_k y β_k son un promedio ponderado de los estimadores de los títulos y μ_m , es la perturbación aleatoria,
- La suma de las participaciones de los títulos que debe ser igual a 1 (Piñeiro, & de Llano, 2012).

Para Tapia (2013), este modelo se diferencia del de Markowitz ya que permite descomponer el riesgo total de un activo o una cartera, además de clasificarlos en función de su impacto que afecta sobre el retorno esperado.

Este método permite simplificar el cálculo, además de presentar información fácil de interpretar a diferencia del modelo de Markowitz.

Por el difícil proceso de cálculo para determinar de forma adecuada todas las varianzas existentes entre cada par de activos, surgió este modelo, puesto que Sharpe para simplificar y facilitar el cálculo planteó el modelo diagonal que consiste en relacionar la variación de la rentabilidad de cada activo con un determinado índice (Ferruz, 2000).

Según Díaz (2011), el modelo presenta los siguientes supuestos:

- El inversionista es adverso al riesgo y maximiza su utilidad al final del ciclo.

- Dentro de la cartera hay un activo con riesgo cero.
- No existe fluctuación del precio de los activos con riesgo.
- Todos los inversionistas tienen la misma información sin ningún costo.
- Las imperfecciones de mercado no afectan la política de inversión de la empresa

Según el modelo planteado por Sharpe, la rentabilidad de cada activo tiene una relación en mayor o menor grado con uno o más índices. Siendo estos índices el producto interno bruto, la renta per cápita, el índice Dow-Jones el índice Standard and Poor's, entre otros (Ribal, Segura, & Guadalajara, 2003).

Por medio de la siguiente ecuación se puede demostrar el modelo mencionado anteriormente:

$$R_i = \alpha_i + b_i * I + \varepsilon_i \quad (19)$$

Donde:

α_i = constante.

b_i = parámetro propio de cada activo i, expresa la relación existente entre las variaciones de la rentabilidad del índice y del rendimiento del activo en particular. Corresponde a la pendiente de la recta.

I = nivel del índice.

ε_i = variable aleatoria

Asumiendo, junto a las restantes hipótesis del modelo de regresión lineal, que:

- La correlación entre el índice, I, y la variable aleatoria, ε_i , es nula para cualquier activo. Esto es, $Cov(\varepsilon_i, I) = 0$.
- Las rentabilidades de dos activos cualesquiera están relacionadas sólo a través de su relación común con el índice y, por tanto, $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$.

El valor esperado de la rentabilidad de una cartera vendrá dado por:

$$E_p = \sum_{i=1}^N X_i * E(R_i) = \sum_{i=1}^N X_i [a_i + b_i * E(I)] \quad (20)$$

Y la rentabilidad real será:

$$R_p = \sum_{i=1}^N X_i * R_i = \sum_{i=1}^N X_i * (a_i + b_i * I + \varepsilon_i) \quad (21)$$

Desarrollando y sacando factor común:

$$R_p = X_1 * a_1 + \dots + X_N * a_N + b_p * I + X_1 * \varepsilon_1 + \dots + X_N * \varepsilon_N \quad (22)$$

El coeficiente b_p indica el grado de respuesta de la rentabilidad de la cartera a los cambios del índice (Ribal et al, 2003). El índice que se toma en cuenta son principalmente macroeconómicos, y debe ser distintivo de la rentabilidad que oferta el mercado bursátil.

Este modelo no sustituye al modelo de Markowitz ya que es otra manera de estimar el retorno y el riesgo de un activo, así como el nivel de relación entre títulos. Su aporte radica en la forma simplificada de determinar la frontera eficiente con respecto de Markowitz (Álvarez, Ortega, Sánchez & Herrera, 2004).

En conclusión, los dos modelos analizados anteriormente son válidos para conformar una cartera de inversión óptima, existiendo una similitud en sus resultados.

1.2.3. Modelo de valoración del precio de los activos financieros (CAPM).

Este modelo desarrollado por William Sharpe establece que el retorno menos la tasa de riesgo de un activo es igual a su beta multiplicado por el retorno por riesgo del portafolio de mercado (Saldaña, Palomo, & Blanco, 2007).

El modelo surge en base a una serie de limitantes que afectan al mercado. Según Ferruz (2000), las principales limitantes planteadas por Sharpe son las siguientes:

- Los decisores financieros son racionales en sentido de Markowitz.
- El mercado es eficiente y perfecto.
- Existe un tipo de interés, denominado sin riesgo, al cual se puede invertir o se puede pedir prestado las cantidades que se deseen.

Para Mascareñas (2012), el modelo se basa en una serie de supuestos como:

- No hay costes por transacciones.
- Cualquier activo puede ser negociado.
- Todos los activos son infinitamente divisibles.

- La información es similar para cualquier inversionista.
- Todos los activos tienen precios reales.

El modelo CAPM relaciona el riesgo no diversificable del mercado y el retorno que se espera obtener de un activo.

El riesgo sistemático es uno de los principales inconvenientes para los inversores que interactúan con activos financiero en un mercado, entonces, el modelo CAPM establece una relación a través de la siguiente ecuación:

$$R_a = r_f + \beta_a * (r_m - r_f) \quad (23)$$

Donde:

R_a = Rendimiento esperado o requerido para un activo a .

r_f = Tasa libre de riesgo.

β_a = Coeficiente beta del activo a (factor que mide el riesgo sistemático).

r_m = Rendimiento esperado para el portafolio del mercado.

$r_m - r_f$ = Prima de riesgo del mercado.

En particular el coeficiente β_a es igual a:

$$\beta_a = \frac{Cov(r_a, R_m)}{\sigma_{R_m}^2} \quad (24)$$

En Donde, $Cov(r_a, R_m)$ es la covarianza entre la rentabilidad del activo a y la de mercado y $\sigma_{R_m}^2$ es la varianza de la rentabilidad de la cartera (Barriga, 2015).

Del modelo CAPM surge otro modelo denominado “Línea de Mercado de Títulos” (SML), permitiendo profundizar, corregir y clarificar la teoría básica de optimización de portafolios (Ferruz, 2000).

1.2.4. Teoría de línea de mercado de títulos (SML).

Esta teoría se deriva del modelo CAPM, en donde los inversionistas muestran un especial interés en los activos que incrementan la varianza de la cartera solo si el retorno esperado es proporcionalmente alto. Por tal razón, la relación de equilibrio entre el retorno de cada activo

y el riesgo que aporta a la cartera se denomina línea del mercado de títulos o SML (Borja, 2013).

La SML representa el coste de oportunidad de la inversión y la contribución de cada título al riesgo de una cartera de mercado, esto dependiendo del nivel de covarianza que exista entre las carteras de inversión, es decir, que el riesgo de las carteras se medirá por la desviación típica de la rentabilidad de los activos (Moreno, 2012).

Este modelo toma en cuenta solo el riesgo no diversificable, y es uno de los más relevantes, puesto que permite valorar a los activos de una cartera, permitiendo conocer si su precio está subvalorado o sobrevalorado según el precio estimado por el mercado de valores.

La pendiente de la SML equivale a las primas de riesgo del mercado, mismas que derogan en la compensación percibida por el factor riesgo en momentos predeterminados. Según Vinitzky (2008), estos se reflejan con la siguiente fórmula:

$$SML = E(R_i) = R_f + [E(R_M) - R_f] \cdot \beta_i \quad (25)$$

En donde:

$E(R_i)$ = es el retorno esperado de un valor.

$E(R_M)$ = es el retorno esperado en una cartera de mercado M.

β_i = es el riesgo sistemático o no diversificable.

R_M = es el tipo de interés del mercado.

R_f = es el tipo de interés libre de riesgo.

El equilibrio de todos los títulos y carteras (eficientes o no) se situarán en la SML (figura 1), como una medida adecuada del riesgo de cada activo.

La figura 1 representa la línea de mercado SML como se lo señaló anteriormente.

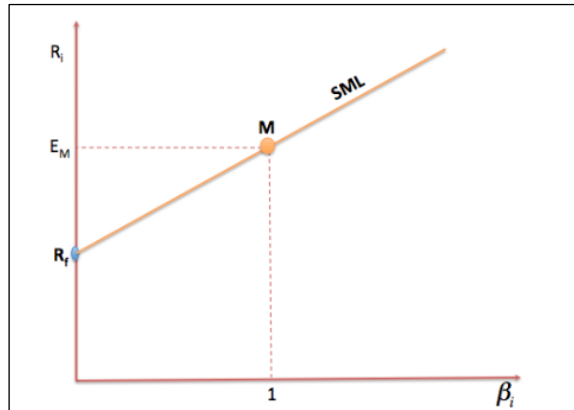


Figura 1. Línea de mercado SML.

Fuente: Moreno (2012).

Elaborado: Moreno (2012).

El SML puede diferenciarse del modelo de línea del mercado de capitales (CML) en que no toma en cuenta todo el riesgo de las inversiones, solo se desarrolla en función de su riesgo sistemático. Este método debe cumplir con los mismos supuestos que el CAMP debido que se deriva de este (Mascareñas, 2012).

1.2.5. Teoría de la línea de mercado de capitales (CML).

Esta teoría, planteada por James Tobin (1958), parte de la posibilidad de que los inversores puedan adquirir activos sin riesgo. Para poderlo desarrollar se estableció el “Capital Market Line” o “Línea de Mercado de Capitales” en donde las carteras están conformadas por activos sin riesgo que producen una rentabilidad, teniendo también la posibilidad de endeudarse (Czerwinski, 2014).

Invertir en bajo las condiciones de esta teoría ofrece al inversor obtener una mayor rentabilidad que cualquier otro punto de la frontera de eficiencia vistos anteriormente, es decir, que un inversor puede optar por adquirir un conjunto de activos en la frontera, existiendo una cartera compuesta por portafolio de mercado y el activo sin riesgo con un mayor retorno para el riesgo esperado (García, 2006).

Este modelo nos permite conocer todos los niveles recomendables de riesgo/rentabilidad para invertir dentro de la cartera de inversión además de disminuir el riesgo con la incorporación de un activo libre de riesgo,

Nieves (2009) interpreta la teoría de mercado de capitales como la administración de portafolios eficientes. Para que estos tengan una máxima rentabilidad deben cumplir la siguiente condición:

$$S = \langle X_F ; X_F + X_M = 1$$

Donde:

X_F = proporción del activo sin riesgo.

X_M = proporción de la cartera de mercado.

Según Boza (2013), el CML se rige por las siguientes hipótesis:

- Hay una gestión libre de riesgo.
- Tienen una tasa que no genera riesgo.
- Las ventas se realizan sin restricciones.
- La información está disponible para todos los inversores.

La teoría de mercado de capitales una vez explicada, presenta las siguientes características:

- Su ordenada de origen (R_f) presenta un tipo de interés nominal con riesgo cero.
- Su pendiente representa la relación entre el retorno esperado y el riesgo asociado, denominado precio de riesgo (Mascareñas, 2012).

En la figura 2 se puede observar los componentes mencionados anteriormente.

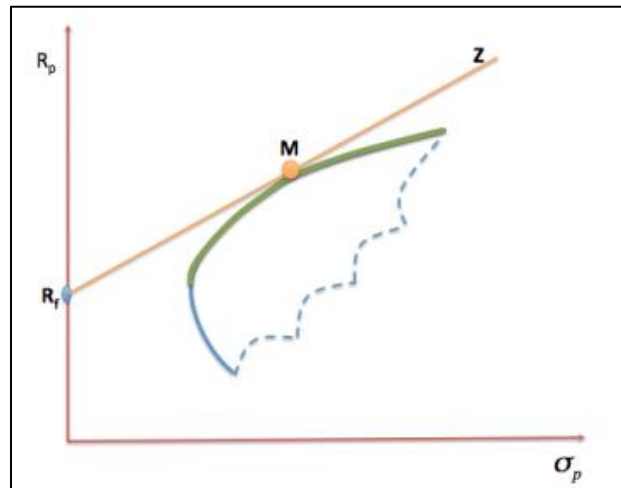


Figura 2. Línea de mercado de capitales.

Fuente: Mascareñas (2012).

Elaborado: Mascareñas (2012).

La fórmula del CML está en función de la pendiente (r) y de la ordenada en el origen (R_f):

$$E_p = R_f + r\sigma_p \quad (26)$$

El rendimiento de la cartera de mercado depende de la CML:

$$E_M = R_f + r\sigma_M \quad (27)$$

Donde, M es la variable de donde se deduce el valor de la pendiente r :

$$r = \frac{E_M - R_f}{\sigma_M} \quad (28)$$

Reemplazando el valor de r en la fórmula del CML se tiene:

$$E_p = R_f + \frac{E_M - R_f}{\sigma_M} \sigma_p \quad (29)$$

Donde:

E_p = Rendimiento esperado de la cartera.

R_f = Rendimiento del activo libre de riesgo.

$\frac{E_M - R_f}{\sigma_M}$ = Prima de la cartera.

σ_p = Desviación típica de la rentabilidad de la cartera.

La teoría del mercado de capitales está basada en las suposiciones de los posibles inversores sobre las oportunidades de retorno esperado que puedan darse, por lo tanto, al ser muy volátiles sus resultados, las estimaciones no siempre serán las esperadas (Mascareñas, 2012).

Esta teoría presenta una desventaja frente a las demás estudiadas, pues para ponerlo en práctica hay que hacer uso de un instrumento que permita medir el rendimiento esperado ajustado por riesgo en una cartera de inversión (Nieves, 2009). Esto debido a que este método está basado en especulaciones del rendimiento que se espera obtener de una inversión, como se mencionó anteriormente.

Esta es una teoría más práctica y profunda que las antes mencionadas. Su principal aporte frente a las teorías de Markowitz y Sharpe es que se considera la asignación de capital entre diferentes activos con la posibilidad de invertir con activos sin riesgo (Czerwinski, 2014). Para los inversores este es un método atractivo, ya que se puede obtener una rentabilidad óptima con un riesgo menor, en comparación con los demás métodos vistos anteriormente.

1.2.6. Teoría de Valoración por Arbitraje (APT).

Sánchez, (2014), expresa que para subsanar las diferentes limitaciones del CAPM, nace el APT. Esta teoría fue formulada por Stephen A. Ross (1976) y tiene como fundamento el principio de ausencia de arbitraje usando un modelo factorial para su obtención.

Es un modelo de equilibrio de valoración de activos, cuya idea central es que la rentabilidad esperada de un activo sea en función lineal de su riesgo sistemático, esté medido por una serie de coeficientes asociados a otros tantos factores comunes explicativos.

Según Sogorb (2013), el APT debe cumplir un mínimo de supuestos de partida:

- Los retornos de los activos pueden detallarse mediante un modelo factorial.
- No existen oportunidades de arbitraje.
- La existencia de gran cantidad de títulos negociados en el mercado facilita la diversificación del riesgo idiosincrásico de las inversiones.

En este modelo, la idea esencial es que la rentabilidad esperada de un activo sea en función de su riesgo sistemático, el mismo que debe ser medido por una serie de betas asociadas a otros tantos factores comunes explicativos. Según Czerwinski (2014), se puede expresar matemáticamente de la siguiente forma:

$$E(r^i) = r^f + \lambda^1 \cdot \beta^{i1} + \lambda^2 \cdot \beta^{i2} + \dots \dots \lambda^k \cdot \beta^{ik} \quad (30)$$

Donde

$E(r^i)$ = es la rentabilidad esperada del activo i.

r^f = la rentabilidad del activo libre de riesgo.

λ^l = la prima de riesgo con respecto a cada factor.

β^{il} = el coeficiente beta del activo i con respecto a cada factor.

El propósito de este modelo es similar al del CAPM, con la diferencia que el APT toma en cuenta la posibilidad de presencia más de un tipo de riesgo sistemático, y que la rentabilidad de un activo se ve afectada por una sucesión de causas (algunos controlables) donde el inversor pudiera conocer los factores de riesgo sistemático y la susceptibilidad de cada activo a dichos factores, pero no el resultado futuro de los mismos (Álvarez, et al. 2004).

Según Rincón (2015), el aparato teórico sobre el que se sustenta el APT resulta de mayor complejidad que el correspondiente al CAPM, lo que unido al hecho de que su contrastación empírica es más compleja y su utilización práctica menos accesible, hacen del APT un modelo promesa, que todavía se resiste a ser una realidad.

CAPÍTULO II: VALOR EN RIESGO

2.1. Valor en Riesgo.

El VaR (Value at Risk), por sus siglas en inglés, es una herramienta que ha permitido dar respuesta a una de las más antiguas preocupaciones dentro de las finanzas como es el cálculo del riesgo, pues ha sido motivo de intranquilidad para los altos directivos financieros por mucho tiempo.

Este método se desarrolló conjuntamente con la teoría de portafolios, pero su popularización se dio como uno de los conceptos más sobresalientes en la década de los 80 debido a ciertos eventos negativos como el colapso del mercado de valores en 1987, que originó una gran crisis financiera (Jorion, 2006). Las empresas afectadas debido a estos eventos, buscaron los medios para prevenir que vuelvan a incurrir en pérdidas inesperadas, adoptando al VaR como una herramienta para medir riesgo de las inversiones.

Para Novales (2016), el VaR es un método para determinar el riesgo al que se incurre de un cierto grupo de portafolios conformados por activos negociables en forma de utilidad o pérdida. El desarrollo del VaR se desarrolló como una forma sistemática de separar los fenómenos externos, que son analizados cualitativamente largo de la historia a largo plazo y amplio mercado de eventos, desde los movimientos de precios todos los días, las cuales son cuantitativamente usando datos a corto plazo en mercados específicos.

El concepto de VaR, procede de la necesidad de medir con determinado nivel de significancia el valor expresado en dinero o porcentaje de pérdida a la que un portafolio afrontará en un período de tiempo determinado (Penza & Banzal 2001). El portafolio puede estar conformado por cualquier clase de activos, todo depende de la elección racional del inversor para medir el riesgo con la mayor proximidad a la realidad.

La definición más clara y formal del VaR es la planteada por Sharpe (1995), en donde menciona que dada una cartera P, un periodo temporal T y un nivel de probabilidad Q, se estima un nivel de pérdidas L^* , tal que existe una probabilidad Q de que las pérdidas efectivas L, sean iguales o menores que L^* durante el periodo T. A este nivel de pérdidas se le denomina el VaR de una cartera. Formalmente:

$$Prob [L^* \geq L] = Q \quad (31)$$

Para los administradores dentro de una empresa, deben considerar al VaR como la cantidad de capital establecida como seguro frente a posibles eventos perjudiciales.

La figura 3 representa el VaR de forma gráfica.

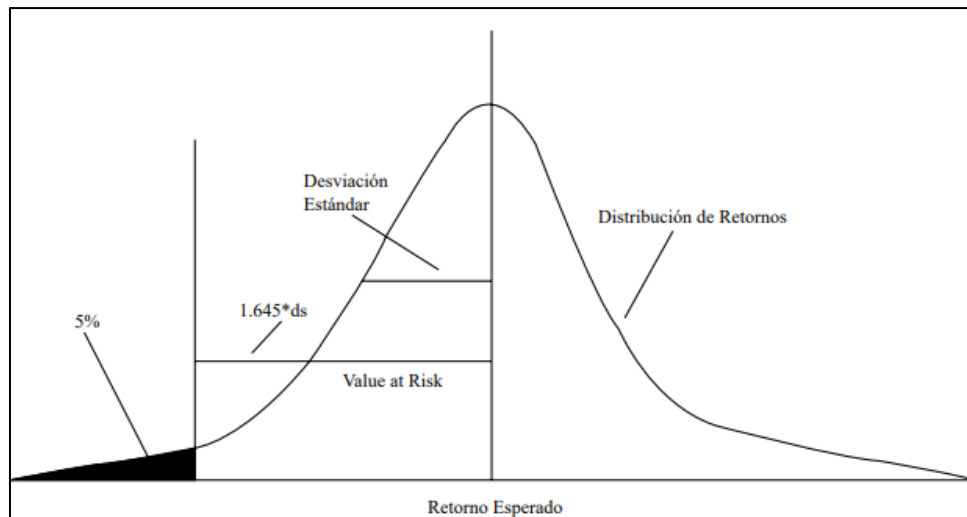


Figura 3. Representación gráfica del Value at Risk.

Fuente: Johnson (2002).

Elaboración: Johnson (2002).

De acuerdo con la figura (3) en la medida que se desea un 5% como área de pérdida, se debe multiplicar a la desviación estándar de la serie de retornos por 1.645. Es decir, si el retorno esperado para un portafolio es de 4% y la desviación estándar es de 2%, entonces el VaR (con un nivel de significancia del 5%) indicará que este portafolio podría sufrir una pérdida superior a $1.645 \cdot 2 = 3.29\%$ en sus retornos esperados, pasando de 4% a 0.71%, menos, solamente el 5% de las veces (Johnson, 2002).

Según Boza (2013), el VaR se puede calcular en términos absolutos como la diferencia entre el valor inicial de la cartera y el valor final peor y relativo como la diferencia entre el valor final esperado y el valor final peor.

$$VaR(abs.) = I_0(q\sigma_p - E_p)$$

$$VaR = I_0q\sigma_p$$

En consecuencia:

$$VaR(abs.) = VaR - I_0E_p \quad (32)$$

Donde:

$VaR(abs.)$ = VaR absoluto.

VaR = VaR relativo.

I_0 = Valor cierto de un portafolio, al empiece de un cierto intervalo temporal.

c = Nivel de confianza.

q = Para una variable aleatoria r_p^* tal que $r_p^* \rightarrow N(0, 1)$, es $P(r_p^* < q) = c$

$$c = 95\%; P(r_p^* < q) = 95\% \Rightarrow q = 1,65$$

$$c = 99\%; P(r_p^* < q) = 95\% \Rightarrow q = 2,33$$

E_p = Rentabilidad esperada.

σ_p = Riesgo de la cartera.

En conclusión, el VaR es un gran instrumento de medición del riesgo ya que no existen limitantes que le afecten en ninguna categoría de activos, ni en cualquier tipo de riesgo de mercado, dado que estos activos conjuntamente con el riesgo favorecen a la distribución de probabilidad de los rendimientos deseados en una cartera.

El VaR depende de 3 factores: un rango de tiempo establecido, un nivel de confianza que puede ser entre el 95% o 99% y el porcentaje de pérdida más alto. Hay diferentes métodos de cálculo como: El método de la varianza-covarianza, método histórico y el método de simulación Montecarlo (Mascareñas, 2015).

2.1.1. Método de varianza y covarianza.

Este método llamado también paramétrico, se basa en las varianzas y covarianzas de los rendimientos de los precios que componen los activos. Normalmente cuando el universo de activos que componen la cartera es alto se proyectan sobre un número limitado de factores de riesgo cuyas volatilidades y correlaciones ya se conocen (Jaureguizar, 2009).

Según Monge (2003), existe una gran facilidad para el uso de este método ya que su cálculo a través de un algoritmo relaciona la matriz de varianza y covarianza, su ponderación y el grado de significación de la cartera de inversión.

Existen algunas hipótesis planteadas en este método las cuales son importantes para la determinación del VaR. De acuerdo con Hendricks (1996), las razones de estos son:

- La hipótesis de normalidad facilita la sistematización del VaR, ya que los percentiles se calculan como múltiplos de las desviaciones estándar, siendo solo necesario conocer el valor de la desviación estándar para determinar el cálculo del riesgo.

- La hipótesis de independencia serial sugiere que la dimensión de la variación de los precios en un día no alterará los valores de los movimientos de los precios en cualquier otro día, haciendo posible que la desviación estándar en horizontes temporales extendidos se puede obtener multiplicando la desviación estándar de un horizonte temporal diario por la raíz cuadrada del número de días que componen dicho horizonte.

De Lara (2007) menciona en su libro “medición y control de riesgos financieros” que este tipo de métodos tiene como característica principal el supuesto de que los rendimientos del activo se aproximan a una curva de distribución normal, uno de los métodos más utilizados basado en esta aproximación es el método delta-normal (varianza y covarianza).

Según Johnson (2001), si los rendimientos de los activos tienen una distribución normal y están idénticamente distribuidos podemos definir los retornos esperados para un portafolio de “n” activos como:

$$E[R_p] = \omega' \cdot E[R_p] \quad (33)$$

Siendo $E[R_p]$ el valor esperado de los retornos, y ω' el vector de ponderadores que no negativos que suman 1. Entonces la varianza del portafolio viene representada por:

$$\sigma_p^2 = \omega' \cdot E[\Sigma] \cdot \omega \quad (34)$$

Donde ω es el vector columna de Σ ponderadores, y la matriz de varianzas y covarianzas para los retornos de “n” activos, entonces se puede calcular el VaR para el portafolio bajo lo siguiente:

$$VaR = \alpha \cdot \sqrt{\omega' \cdot E[\Sigma] \cdot \omega} \cdot \sqrt{\Delta t} \quad (35)$$

Donde:

α = volatilidad de la cartera

ω = cantidad de inversión expresado en \$

Δt = frecuencia de la base de datos (rendimientos diarios)

Este método es uno de los más usados por forma fácil de desarrollarlo, sin embargo, también ha sido muy criticado por sus limitantes, pues gran parte de su sustentación teórica se orienta en la no normalidad de los rendimientos, ya que dentro de una cartera que contiene opciones,

la distribución de los retornos se vuelve sesgada, lo que hace que el resultado del cálculo del VaR no sea confiable (Manfredo & Leuthold, 1998).

2.1.2. Método de simulación histórica.

El método de simulación histórica es un método que incluye una serie histórica de precios de la posición de una cartera de inversión para construir una serie de tiempo de precios o rendimientos simulados que son observados en un periodo de tiempo fijo (De Lara, 2007). La aplicación de este método se lo realiza de forma sencilla en las carteras que cuentan con la información sobre las variables de mercado relevantes, además, no depende del cálculo de correlaciones y volatilidades, porque se calculan implícitamente al utilizar la información histórica (Minninch, 1998).

De este método se deduce que que los cambios potenciales en los factores de riesgo subyacentes son equivalentes a los cambios observados en esos factores de riesgo sobre un periodo definido históricamente. Esto significa que realizar una simulación histórica es realizar un muestreo sobre los rendimientos del pasado, y aplicarlos al nivel actual de los factores de riesgo para obtener escenarios evaluados de riesgo (García, 2004).

Su popularización ha sido extensa sobretodo en el sector financiero tal como lo menciona Inui & Kijima (2005), debido a crisis de la Long-Term Capital Management (LTCM), que fue un fondo de inversión libre de carácter especulativo, ocasionada por eventos descarriados del mercado como el incumplimiento del pago de los bonos por parte de Rusia en 1998. Este evento permitió observar que el supuesto de normalidad asumido en el modelo de varianza-covarianza propuesto por Morgan en 1995, suele ser insuficiente para capturar la anchura de la distribución de rendimientos y la no linealidad de los portafolios.

Para el cálculo de este modelo se utiliza la siguiente formula dada por Salinas (2009), en su artículo:

$$L_t = \sum_{i=1}^k V_k R_{kt}' \quad (36)$$

En donde, L_t determina la variación de los precios de los activos (k).

En este sentido, la aproximación histórica estima el VaR como un percentil de la distribución empírica discreta.

Según Otárola (2001), este método presenta algunas ventajas, las cuales se mencionan a continuación:

- No existen determinaciones de matriz de varianzas y covarianzas ni distribuciones de probabilidad.
- La suposición de que los datos del actuales se establecieron tomando los del pasado.
- Presenta muy pocos supuestos.

Sin embargo, una de las desventajas que afecta considerablemente a este modelo es que los datos del pasado no precisan siempre un cálculo correcto para el futuro, por lo que los datos históricos podrían excluir riesgos inminentes en el mercado. (Jaureguizar, 2009)

El método de simulación histórica ha sido extensamente documentado a lo largo del tiempo debido a sus propiedades simples y sencillas para determinar el VaR de una cartera. Existen varias instituciones tanto financiera como reguladoras que utilizan y lo sugieren al momento de determinar los óptimos requerimientos de capital que contribuyan a preservar las posiciones de sus carteras de inversión (Gutiérrez, 2008).

2.1.3. Método de simulación Monte Carlo.

Este método se basa en un muestreo empírico cuyo fin es determinar las distribuciones de las variables de salida que depende de variables probabilísticas de entrada. Los investigadores lo nombraron con este término por su semejanza al muestreo aleatorio en los juegos de ruleta en los casinos de Monte Carlo. Por esta razón el modelo de Monte Carlo puede simular los resultados que puede asumir el VAN (valor actual neto) de un proyecto. Pero lo más relevante es que la simulación permite experimentar para observar los resultados que va mostrando dicho VAN (Azofeifa, 2004).

Este método a través de una programación computacional proporciona una gran cantidad de resultados que dependen de los datos iniciales introducidos por el inversor, siendo una metodología sofisticada e intensiva. La práctica radica, en la generación de múltiples ejecuciones para las rentabilidades de uno varios activos con un horizonte predefinido, pudiendo ser una semana o un mes (T). Estas ejecuciones deben ser formadas a partir de una función de distribución de probabilidades que represente al proceso estocástico simulado. El procedimiento es bastante directo si el portafolio consiste en un activo. Sin embargo, si la

cartera de inversiones está compuesta por n activos, entonces se deben simular 10.000 realizaciones para una secuencia de largo T para cada uno de esos n activos (Johnson, 2001).

La principal razón para recurrir al método de simulación Monte Carlo para pronosticar el VaR es su flexibilidad, la cual permite ajustar convenientemente todos los factores de riesgo que pueden afectar el valor de un activo o una cartera, realizar simulaciones a con plazos extensos e incluir las interrelaciones entre los activos del portafolio (Jorion, 2001).

Este método sigue una serie de pasos para determinar el VaR. Según Domínguez & Alfonso (2004), el método Monte Carlo se lo determina a través de la siguiente ecuación:

$$dP_t = P_t \cdot (\mu_t \cdot dt + \sigma_t \cdot dz) \quad (37)$$

Donde:

P_t = Precio actual del activo t.

dz = Variable aleatoria con una distribución normal.

μ_t = Parámetro que representa el rendimiento medio instantáneo $d\tilde{E}$

σ_t = Parámetro que indica la volatilidad del rendimiento en el momento c

Para obtener los resultados deseados Cheung & Powell (2013) plantea aplicar las siguientes ecuaciones:

Conseguir el retorno del precio de una acción.

$$R_{t+\Delta t} = \ln\left(\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t}\right) = k \Delta t + \sigma \varepsilon_t \quad (38)$$

Para generar datos aleatorios:

$$x_{i+1} = [(ax_i) \bmod m] / m \quad (39)$$

Este método tiene una semejanza con el método histórico ya que sus resultados son pormenorizados en forma de rentabilidad de más a menos. (Arias, 2016).

El modelo de simulación Monte Carlo permite ajustar las variaciones en los factores de riesgo más bien que los cambios en cada uno de los activos. Para Mascareñas (2015), esta simulación presenta algunas ventajas como:

- La cantidad de activos que se usan para determinar el VaR es inferior a la cantidad de componentes de riesgo; y
- La distribución de probabilidad puede ser modificada según las necesidades de cada inversor en cualquier momento.

Como todo método presenta desventajas una de ellas es que conlleva un proceso demasiado lento, pero debido a los adelantos tecnológicos en software informático este inconveniente debe desaparecer a lo largo del tiempo.

En conclusión, el método de simulación Monte Carlo es una herramienta potente y flexible para la estimación del VaR, sin embargo, la complejidad de este procedimiento crea inevitablemente problemas. Por un lado, es computacionalmente muy intenso, por otro, requiere de una dotación de personal muy cualificado (Gento, Ortega & García, 2004).

2.2. Comparación entre metodologías del VaR.

Son extensos los estudios que pretenden cuantificar el riesgo de una forma más exacta, siendo necesario recurrir a estudios previos que nos den una base para realizar una buena investigación, de modo que se puedan evitar errores sobre al momento de elegir el método más adecuado para medir el riesgo.

Como punto de partida, se analizan los resultados obtenidos en el artículo de Jhonson (2000), "método de evaluación del riesgo para portafolios de inversión", en donde, aclara cuando es necesario el uso de cada método, puesto que concluye que el método histórico es el más adecuado para medir el riesgo siempre y cuando, éste no presente activos con alta volatilidad. Cuando este tipo de activos se presenten en una cartera de inversión es recomendable la utilización del método de simulación de Monte Carlo.

Morera (2002), concuerda con el trabajo de Jhonson, puesto que en su investigación hace uso del VaR para medir el riesgo de mercado en los fondos de pensiones en Costa Rica, concluyendo que el mejor método para determinar el VaR depende del objetivo que se quiera alcanzar, debido a que estos métodos tienen diferentes capacidades para capturar instrumentos no lineales, la facilidad de aplicarlos, implementarlos e interpretarlos, la confiabilidad de resultados, además de la capacidad para agregar supuestos alternativos.

Los métodos de determinación del VaR no son perfectos y en algunos casos es necesario el cálculo de más de un método, además de un proceso analítico complementario tal como lo expresan Fera & Oliver (2006) en su artículo “Valor en riesgo (VeR)”, afirmando que ningún método de estimación del VaR es óptimo haciendo referencia a las entidades financieras españolas en el uso de más de un método para obtener resultados confiables.

Con respecto a otros trabajos realizados como el de Lamothe & Contreras (2008), en donde determina el VaR del mercado agrícola en Chile, mediante los tres métodos, concluye que el riesgo es mayor con el VaR paramétrico o histórico, esto debido a la no estimación de las opciones reales que si se toman en cuenta en los modelos no paramétrico. Dado que el método paramétrico toma como base los valores esperados del modelo no paramétrico, se puede afirmar que en el análisis comparativo de los métodos difieren en la medición de riesgos en lugar de las rentabilidades.

La investigación de Klaic (2014), en donde calcula el VaR con portafolios de tres activos, determina que el modelo histórico es un método de información, mas no uno optimo, debido a su base de datos presenta activos que no presentan una distribución normal, siendo el método adecuado el histórico concordando con el trabajo de Lamothe & Contreras.

Con respecto al trabajo Jiménez, Restrepo & Acevedo (2015), “Diversificación internacional de portafolios con índices bursátiles: caso colombiano”. Estos autores afirman que el método de varianza y covarianza es el método más apropiado para ser aplicada por considerarse una técnica sencilla y confiable con costos casi nulos a diferencia del histórico que presenta limitantes al momento de aplicarla debido que se basa en información histórica que no precisamente se ocurrirá de nuevo en el futuro, arrojando pronósticos inexactos.

En la tesis doctoral de García (2017), denominado “Sample size, skewness and leverage effects in Value at Risk and Expected Shortfall estimación”, el cual realiza una comparación del VaR a través de los distintos métodos de estimación, concluyendo que existen diferencias entre los resultados obtenidos de las distintas metodologías con un mismo supuesto, habiendo un mayor riesgo entre métodos que no requieren de un supuesto como el modelo de simulación histórica y menor en métodos que si requieren de supuestos sobre la distribución como el varianza y covarianza y simulación Monte Carlo. Como punto destacable este investigador sugiere utilizar un método según el comportamiento de cada activo.

CAPÍTULO III: DATOS Y METODOLOGÍA.

3.1. Sector de inversión.

La presente investigación toma como base para su análisis los activos de las empresas pertenecientes al índice bursátil IBEX35 situado en España. Está conformado por las 35 principales empresas con mayor cotización en la bolsa española (BolsaMadrid, 2018).

Según Romero (2012) este es un índice que permite mostrar las variaciones de valor o rentabilidades promedio de las acciones que lo componen, permitiendo reflejar el comportamiento de la bolsa de valores española de la forma más fiel posible.

Dentro de este índice se encuentran empresas que pertenecen a diversos sectores de inversión tales como: Infraestructura, finanzas, energía, salud, transporte, textil, metalurgia entre otros. Estas empresas se ponderan según su peso, siendo las de mayor capitalización bursátil las que poseen mayor peso dentro del índice.

3.2. Datos y compañías.

Dentro del mundo de las inversiones existe la necesidad de conocer cuál es la probabilidad de pérdida al que un inversor está expuesto, ya que esto permite hacer un correcto análisis de cómo componer una inversión con la mejor rentabilidad y menor riesgo. El presente trabajo investigativo presenta un enfoque cuantitativo de tipo analítico y descriptivo. Para el debido proceso de análisis se tomarán datos diarios de las compañías pertenecientes al índice bursátil IBEX35 obtenidos de la página web Yahoo! Finanzas en un rango de tiempo determinado, desde el 03/12/2007 hasta el 31/10/ 2018. Para esta investigación se toman en cuenta las siguientes compañías que se detallan a continuación en la tabla 1:

Tabla 1. Compañías pertenecientes al índice bursátil IBEX35.

| SIGLAS | NOMBRE | SECTOR |
|---------------|---|---------------------|
| ACS.MC | ACS, Actividades de Construcción y Servicios, S.A | Infraestructura. |
| ANA.MC | Acciona, S.A. | Infraestructura. |
| BBVA.MC | Banco Bilbao Vizcaya Argentaria, S.A. | Finanzas. |
| BKT.MC | Bankinter, S.A. | Finanzas. |
| CABK.MC | CaixaBank, S.A. | Finanzas. |
| COL.MC | Inmobiliaria Colonial, SOCIMI, S.A. | Inmuebles. |
| ELE.MC | Endesa, S. A. | Energía. |
| ENG.MC | Enagás, S.A. | Energía. |
| FER.MC | Ferrovial, S.A. | Transporte. |
| GRF.MC | Grífols, S.A. | Salud. |
| ITX.MC | Industria de Diseño Textil, S.A. | Textil. |
| MAP.MC | Mapfre, S.A. | Finanzas. |
| MEL.MC | Meliá Hotels International, S.A. | Turismo. |
| MTS.MC | Arcelor Mittal | Metalúrgica. |
| REE.MC | Red Eléctrica Corporación, S.A. | Energía. |
| SAB.MC | Banco de Sabadell, S.A. | Finanzas. |
| SAN.MC | Banco Santander, S.A. | Finanzas. |
| SGRE.MC | Siemens Gamesa Renewable Energy, S.A. | Energía. |
| TEF.MC | Telefónica, S.A. | Telecomunicaciones. |
| TRE.MC | Técnicas Reunidas, S.A. | Energía. |

Fuente: Yahoo! finance.

Elaboración: Autor.

Inicialmente se procede con la construcción de 3 carteras de inversión, con 10, 15 y 20 empresas respectivamente tomadas aleatoriamente. La herramienta utilizada en el cálculo del VaR para los dos métodos planteados (varianza y covarianza, e histórico) es el Excel.

La información se obtuvo de Yahoo! Finance, tomando específicamente los precios de cierre ajustado diarios de las acciones de las compañías pertenecientes al índice bursátil IBEX35.

3.3. Metodología.

3.3.1. Optimización de portafolio.

El objetivo de esta investigación es determinar el VaR de las 3 carteras de inversión. Para ello es necesario realizar una serie de pasos previos que para cumplir con este objetivo.

Se inicia determinando los rendimientos diarios de cada uno de los activos a través de la función logaritmo natural LN (para la función en Excel) tomando en cuenta el precio actual para el anterior de cada activo. La fórmula para determinar la rentabilidad diaria es la siguiente:

$$Rt = Ln\left(\frac{pt}{pt - 1}\right) \quad (40)$$

Donde:

Rt = Rentabilidad diaria.

Ln = Logaritmo natural.

pt = Valor actual.

$pt - 1$ = Valor anterior.

Se determina la rentabilidad promedio, varianza de cada activo aplicando la función en Excel, PROMEDIO, VAR.S respectivamente, además de la desviación típica aplicando la raíz cuadrada a la varianza.

Dentro de este cálculo es necesario determinar la ponderación inicial de pesos de los activos, la que es igual $\frac{1}{n}$, en donde, n es el número de activos que conforman cada uno de los portafolios.

Como siguiente paso se determina el factor de conversión que facilita la estimación de la matriz muestral a través de la siguiente formula:

$$FC = \frac{n}{n - 1} \quad (41)$$

Donde:

FC = es el factor de conversión.

n = es el número de datos de cada activo.

La rentabilidad esperada del portafolio está dada por la función en Excel: SUMAPRODUCTO, utilizando datos de la rentabilidad promedio del portafolio y la ponderación de pesos dispuestos de manera horizontal.

El siguiente paso consiste en determinar la matriz poblacional con la herramienta ANÁLISIS DE DATOS, dentro de este se encuentra la función covarianza, para este cálculo se toma como matriz los rendimientos diarios ya calculados en el casillero RANGO DE ENTRADA.

Para determinar la matriz muestral se multiplica cada uno de los datos de la matriz poblacional con el factor de conversión (observar tabla 4 y 5 del anexo).

A partir de este punto, se pueden determinar los portafolios óptimos con la ayuda de la herramienta SOLVER. Dentro de esta herramienta se aplican ciertas restricciones con el fin de obtener la optimización del portafolio, tales como:

- Las ponderaciones de los pesos deben ser mayores o iguales a 0, y
- El total de los pesos debe ser igual a 1.

Las funciones a optimizar son:

Maximización de la rentabilidad.

$$Min = \sigma^2(R_p) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_i \cdot x_j \sigma_{ij} \quad (42)$$

Donde:

R_p = Rentabilidad del portafolio.

$\sigma^2(R_p)$ = Varianza de la rentabilidad del portafolio.

σ_{ij} = Covarianza entre los rendimientos de las acciones i y j .

X_i = proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero i .

Condicionado por:

$$\begin{aligned} w_i &\geq 0 \\ \sum w_i &= 1 \end{aligned} \quad (43)$$

Minimización de riesgo.

$$Max = E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot E(R_i) \quad (44)$$

Donde:

$E(R_p)$ es la varianza o el rendimiento esperado de la cartera.

R_i = Rentabilidad de la acción.

$E(R_i)$ = Rentabilidad esperado de la acción i .

R_p = Rentabilidad del portafolio.

X_i = proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero i .

Condicionado por:

$$\begin{aligned} w_1 &\geq 0 \\ \sum w_1 &= 1 \end{aligned} \quad (45)$$

Maximización del Ratio Sharpe.

$$Max S_p = \frac{E(r_p) - E(r_f)}{\sigma_p} \quad (46)$$

Donde:

$E(r_p)$ = Ganancia anual media.

$E(r_f)$ = Rentabilidad sin riesgos.

σ_p = Desviación de la rentabilidad.

Condicionado por:

$$\begin{aligned} w_1 &\geq 0 \\ \sum w_1 &= 1 \end{aligned} \quad (47)$$

3.3.2. Cálculo del VaR.

Método histórico

Según Cheung & Powell (2012) es posible determinar el VaR luego de haber optimizado la cartera usando los rendimientos diarios y los pesos horizontales de las compañías cotizantes y se determina el promedio ponderado a través de la función SUMAPRODUCTO. Para realizar el cálculo es necesario obtener el mínimo (MIN), máximo (MAX) y promedio (PROMEDIO) de

los retornos diarios, y como paso final se procede a calcular el nivel de confianza menor a 5% de los retornos o la pérdida máxima diaria a la que se está expuesto.

Para el cálculo del 5% de observaciones se utiliza la siguiente función:

$$\text{REDONDEAR.MENOS}((1 - 0,95) * \text{numero de observaciones}; 0) \quad (48)$$

Esta función nos permite redondear el valor hacia abajo, es decir, acercándose a 0.

Para estimar el 5% del VaR de retorno diario se emplea la función:

$$\text{K. ÉSIMO.MENOR}(\text{Rendimientos diarios de la cartera}; \text{numero de observaciones}) \quad (49)$$

Siendo esta la que devuelve el enésimo valor de la rentabilidad diaria de la cartera y la posición dentro del rango menor al 5% de observaciones.

Método varianza-covarianza

Se procede al cálculo con la siguiente fórmula DISTR.NORM.INV en función de:

$$\text{DISTR.NORM.INV}(0,05(\text{VAR}); \text{Rentabilidad de la cartera}; \text{Desviación estandar}) \quad (50)$$

Esta función incorpora para el cálculo una probabilidad de 5% para la rentabilidad de la cartera y la desviación típica (riesgo) ya calculada.

CAPÍTULO IV. RESULTADOS

4.1. Resultados.

Para el cálculo del VaR se procedió a crear 3 portafolios de inversión de 10,15 y 20 con empresas pertenecientes al índice bursátil IBEX35 las cuales presentan la mejor rentabilidad y presentan toda la información de precios de cierre diario, dentro del periodo de tiempo establecido en esta investigación. En primera instancia las ponderaciones para cada uno de los activos representados en porcentaje en la siguiente tabla 2:

Tabla 2. Ponderación de pesos.

| EMPRESA | CARTERA DE 10 ACTIVOS | | | CARTERA DE 15 ACTIVOS | | | CARTERA DE 20 ACTIVOS | | |
|---------|------------------------|------------------|------------------------|------------------------|------------------|------------------------|------------------------|------------------|------------------------|
| | Maximizar rentabilidad | Minimizar riesgo | Maximizar Ratio Sharpe | Maximizar rentabilidad | Minimizar riesgo | Maximizar Ratio Sharpe | Maximizar rentabilidad | Minimizar riesgo | Maximizar Ratio Sharpe |
| ACS.MC | 0% | 9% | 0% | 0% | 4% | 0% | 0% | 1% | 0% |
| ANA.MC | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| BBVA.MC | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| BKT.MC | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| CABK.MC | 0% | 5% | 0% | 0% | 2% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| COL.MC | 0% | 2% | 0% | 0% | 1% | 0% | 0% | 1% | 0% |
| ELE.MC | 0% | 10% | 0% | 0% | 5% | 0% | 0% | 4% | 0% |
| ENG.MC | 0% | 47% | 41% | 0% | 40% | 22% | 0% | 39% | 22% |
| FER.MC | 0% | 7% | 15% | 0% | 1% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| GRF.MC | 100% | 20% | 44% | 0% | 14% | 1% | 0% | 13% | 1% |
| ITX.MC | | | | 0% | 11% | 22% | 0% | 9% | 22% |
| MAP.MC | | | | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| MEL.MC | | | | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| MTS.MC | | | | 0% | 9% | 0% | 0% | 9% | 0% |
| REE.MC | | | | 100% | 12% | 55% | 100% | 10% | 55% |
| SAB.MC | | | | | | | 0% | 2% | 0% |
| SAN.MC | | | | | | | 0% | 0% | 0% |
| SGRE.MC | | | | | | | 0% | 0% | 0% |
| TEF.MC | | | | | | | 0% | 9% | 0% |
| TRE.MC | | | | | | | 0% | 1% | 0% |
| TOTAL | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% |

Fuente: Yahoo! Finance.

Elaboración: Autor.

Para la maximización de la rentabilidad, dentro de las 3 carteras de inversión, se observa una participación de la empresa GRF.MC que pertenece al sector salud con una ponderación del 100% dentro de la cartera de 10 activos a diferencia de las 15 y 20, en donde, la empresa REE.MC tiene un peso del 100%, siendo el principal factor para la obtención de estos

resultados la alta rentabilidad de esta empresa que sobrepasan a las demás que componen el Ibex35.

Con respecto a la minimización del riesgo, este tiene un comportamiento descendente puesto que el peso del riesgo de cada activo va disminuyendo conforme aumenta el número de activos que generan más rentabilidad en la cartera de inversión llegando a lo que se denomina diversificación del riesgo.

Así, por ejemplo, la empresa ENG.MC, perteneciente al sector de energía, dentro de la cartera de 10 activos tiene en la minimización de riesgo un peso del 47% (siendo la más alta de todas), este valor se ve reducido cuando conforma la cartera de 15 y 20 con un 40% y 39% respectivamente.

Un factor determinante para obtener estos resultados es que dentro de las carteras de inversión existen empresas que pertenecen a diferentes sectores de inversión ocasionando que el riesgo y rentabilidad sea ampliamente distinto para cada activo que compone la cartera.

En cuanto a la maximización del ratio Sharpe que es la relación rentabilidad/riesgo, es decir, mientras mayor sea el Ratio Sharpe mejor será la rentabilidad en relación a la proporción de riesgo de la cartera. Con respecto a la cartera de 10 y 15 activos la ponderación de cada activo varía en forma descendente mientras aumenta el tamaño de la cartera, distribuyéndose entre los nuevos activos.

En comparación entre las carteras de 15 y 20 activos, los pesos de los activos no varían se mantienen con el mismo porcentaje. Esto es debido a que los nuevos activos tienen una relación rentabilidad/riesgo muy baja o casi nula, por lo que no se ve afectado por estos. La empresa que tiene un mejor resultado es REE MC con un peso del 55% para las carteras de 15 y 20 siendo la empresa que mejor rendimiento tiene dentro de los activos analizados en esta investigación. Hay que destacar que este indicador nos permite conocer el comportamiento del rendimiento del precio de los activos ante el rendimiento del mercado.

Para el análisis del VaR nos regiremos de la tabla 3 que nos permitirá conocer cuál es el escenario más óptimo para invertir desde la perspectiva de un inversor con los métodos de cálculo Histórico y Varianza y Covarianza, al igual que el riesgo y el rendimiento.

Tabla 3. Resultados del VaR.

| ÍNDICE/ INDICADOR | Maximización de Rentabilidad | | | Minimización de riesgo | | | Maximización Ratio Sharpe | | |
|----------------------------|------------------------------|---------------|---------------|------------------------|---------------|---------------|---------------------------|---------------|---------------|
| | 10 Activos | 15 Activos | 20 Activos | 10 Activos | 15 Activos | 20 Activos | 10 Activos | 15 Activos | 20 Activos |
| Rentabilidad de la cartera | 0.048% | 0.094% | 0.094% | 0.026% | 0.033% | 0.027% | 0.039% | 0.074% | 0.074% |
| Riesgo de la cartera | 1.773% | 1.712% | 1.712% | 0.993% | 0.913% | 0.906% | 1.096% | 1.194% | 1.194% |
| VAR Histórico | -2.646% | -2.305% | -2.305% | -1.585% | -1.411% | -1.422% | -1.721% | -1.703% | -1.703% |
| VAR Varianza-Covarianza | -2.869% | -2.721% | -2.721% | -1.607% | -1.469% | -1.463% | -1.764% | -1.890% | -1.890% |

Fuente: Yahoo! Finance.

Elaboración: Autor.

Dentro de los resultados generales, se puede observar los valores que presentan un mayor retorno en función de su máxima rentabilidad son las carteras de 15 y 20 activos con un 0.094% a diferencia de la cartera de 10 activos que tiene un 0.048%. Esto se debe a que al aumentar los activos y siendo de diferentes sectores se incluyen empresas que presentan un mayor rendimiento comparado con los ya existentes.

Por otra parte, la cartera que presenta un nivel de riesgo mínimo, en función de la minimización de riesgo, es la conformada por 20 activos con un 0.906% teniendo un porcentaje inferior a las demás analizadas.

En relación al VaR, la cartera de 15 activos con un -1.411% de minimización de riesgo, presenta el menor riesgo. Por último, el VaR de varianza y covarianza en función de la minimización del riesgo en la cartera de 20 activos tiene un -1.463%. La proximidad de resultados entre los métodos de cálculo del VaR se debe a los precios de los activos tienen una distribución normal y no han sido afectadas por cambios drásticos en la economía.

Para un inversionista la mejor opción para invertir es la cartera con 15 activos ya que presenta el mejor rendimiento y menor riesgo en comparación con las demás carteras notándose una clara diferencia con la de 10 activos ya que su rendimiento es inferior al igual que su riesgo.

Con respecto a la cartera de 20 activos, en la mayoría de los resultados, presenta una similitud con la de 15, lo que quiere decir que un aumento de activos en la cartera no mejora el rendimiento manteniendo el riesgo con una variación muy pequeña. Para finalizar el VaR

Histórico es el más adecuado para medir el riesgo dentro de estos 3 escenarios ya que presenta un menor riesgo con el VaR varianza y covarianza debido que dentro de la muestra histórica no existen desfases en la economía significantes que afecten el cálculo.

En el resultado obtenido dentro de los portafolios conformados por 15 y 20 activos se encuentra la empresa REE.MC que tiene una rentabilidad promedio muy por encima de las demás empresas que conforman el grupo de activos de esta investigación, siendo ésta la que mayor participación tiene y con la cual siempre de debe contar dentro de un portafolio para invertir.

4.2. Discusión de resultados.

Este trabajo de investigación concuerda con el artículo de Jhonson (2000), “Método de evaluación del riesgo para portafolios de inversión”, en donde recomienda usar métodos sencillos como el Histórico, siempre y cuando el portafolio a ser analizado no contenga activos con alta volatilidad, de este modo se llega a la misma conclusión con los resultados obtenidos el VaR histórico es el mejor método para medir el riesgo de las carteras de inversión ya que están conformadas con acciones de empresas pertenecientes al índice bursátil IBEX35.

Sin embargo existen muchos trabajos investigativos que en su mayoría discrepan de esta investigación, en donde, el método varianza y covarianza mide con mayor exactitud el riesgo, tal como se concluye en la investigación de García (2017), puesto que realiza el cálculo del VaR con los rendimientos porcentuales diarios del índice bursátil Ibex35, acciones individuales del Banco Santander, precio del oro y tipo de cambio de EUR/USD en un periodo determinado concluyendo que existe una significativa diferencia entre los dos métodos usados para el cálculo del VaR, teniendo un mayor riesgo el VaR histórico, siendo la recomendada para medir el riesgo el VaR varianza y covarianza esto se debe a que dependen mucho del comportamiento del mercado y del periodo de tiempo tomado para la investigación.

El trabajo de Jiménez et al. (2015), también diverge de la presente investigación, al concluir que el método varianza covarianza es el método más sencillo de aplicar además de ser el más confiable en cuanto a resultados, en comparación al método histórico ya que presenta limitantes al momento de aplicarla debido que se basa en información histórica que no precisamente se ocurrirá de nuevo en el futuro, arrojando pronósticos inexactos.

Como punto destacable es preciso mencionar el aporte de Morera (2002), en su trabajo de VaR de mercado en los fondos de pensiones en Costa Rica, expone que el mejor método para determinar el VaR depende del objetivo que se quiera alcanzar debido a que estos métodos tienen diferentes capacidades para capturar instrumentos no lineales, la facilidad de aplicarlos, implementarlos e interpretarlos, la confiabilidad de resultados, además de la capacidad para agregar supuestos alternativos.

CONCLUSIONES

En esta investigación se ha abordado de forma clara y precisa el VaR dentro de una cartera de inversión, siendo una de las principales inquietudes del inversor saber cuál será la pérdida máxima de su inversión, convirtiéndose en un concepto fundamental e indispensable al momento de cuantificar el riesgo.

Para poder medir el riesgo existen diferentes métodos del VaR los cuales presentan diferentes grados de complejidad, en esta investigación se ha desarrollado con los métodos más sencillos para cumplir con el objetivo de la investigación. Sin embargo, como todos los métodos existentes estos tienden a presentar inconvenientes arrojando datos que no se reflejan en la realidad pero que dan una aproximación que sirven de orientación para conocer la cuantificación aproximada de pérdida en una inversión.

El VaR histórico y varianza y covarianza son métodos fáciles de aplicar en contraste con el VaR Monte Carlo, debido a que solo requieren de datos históricos para el cálculo además de correlacionar el riesgo y rendimiento.

Dentro de los resultados obtenidos luego de haber optimizado la cartera y determinado el VaR por medio de los dos métodos planteados, se comprobó que las carteras conformadas por 15 activos entre las 3 creadas son las más adecuada para invertir, debido a que presentan un VaR similar en función de su minimización de riesgo, cumpliéndose satisfactoriamente el objetivo planteado.

De esta manera, el VaR es una herramienta útil que orienta al inversor al momento de invertir otorgándole información de sus beneficios y riesgo al que está expuesto. Esto fortalece las intenciones de invertir en el mercado bursátil por parte de interesados en obtener retornos a corto y largo plazo.

RECOMENDACIONES

El VaR es una herramienta muy útil para los inversionistas sin embargo los diferentes métodos deben ser usados de acuerdo al comportamiento del mercado y los activos que componen el portafolio de inversión, ya que cada método será eficiente si existen distribuciones lineales como el Histórico y paramétrico y no lineales como Monte Carlo.

Buscar métodos complementarios que sirvan de soporte a los resultados arrojados por los métodos tradicionales del VaR, así el inversionista tendrá una mejor visión del riesgo al que estará expuesto.

Si se componen portafolios con activos de índices bursátiles, es recomendable componerlos con todos los activos, así se podrá conocer el comportamiento del índice en general respecto de su riesgo/rendimiento.

Realizar futuras investigaciones con activos de empresas ecuatorianas con el fin de abordar y ampliar este tema poco conocido en el país, así lograr llamar la atención de futuros inversionistas a usar esta herramienta y a invertir en el mercado bursátil.

BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez, G. R., Ortega, O. G., Sánchez, O. A., & Herrera, M. M. (2004). *Óscar y el seguro de vida en Colombia: ¿una alternativa viable?..* *Univ. del Valle* (14), 105-127.
- Apreda, R. (2009). *El seguro de vida en Argentina: ¿una alternativa viable?..* *Revista de Economía y Estadística* (14), 105-127.
- Arias, A. (2016). *Seguro de vida*. Obtenido de <https://economipedia.com/definiciones/var-monte-carlo.html>.
- Azofeifa, C. (2004). *El seguro de vida en Colombia: ¿una alternativa viable?..* *Revista de Economía y Estadística* (14), 105-127.
- Bachiller, A (2001): "El seguro de vida en línea". *5campus.com*, Mercados Financieros <<http://www.5campus.com/leccion/fin004>> [27/12/20018].
- Barriga, H. (2015). *El seguro de vida en Colombia: ¿una alternativa viable?..* *Revista FENopina*. Número 70.
- Betancourth., Garcia., & Lozano. (2013). *Válida y segura: ¿una alternativa viable?..* *Revista Atlntica de economía*. Vol 1.
- Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A. (2004). *Útil y seguro: ¿una alternativa viable?..* Madrid: Mc Graw Hill.
- Bolsa de Madrid (2018). Ibex 35. <http://www.bolsamadrid.com>
- Borja, T. (2013). *Óscar y el seguro de vida en Colombia: ¿una alternativa viable?..* Universidad de León. Area de economía financiera.
- Cheung, Y. H., & Powell, R. J. (2013). *Óscar y el seguro de vida en Colombia: ¿una alternativa viable?..* *Revista de Economía y Estadística* (14), 105-127.
- Czerwinski, F. (2014). *Xarxa de vida: ¿una alternativa viable?..* *Revista de Economía y Estadística* (14), 105-127.
- Diaz, G. A. (2011). *Óscar y el seguro de vida en Colombia: ¿una alternativa viable?..* *Revista de Economía y Estadística* (14), 105-127.

- Feria, D. J., & Oliver, A. M. (2006). *Xaef / Á } Áá • * [ÁX^ÜD&] & ^] d ÉÁ æ / { ^d [• ÁÁ qñææ*. Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal/Sistema de Información Científica
- Ferruz, A. L. (2000). *ÁSæÜ^ } cæqñææÁÁ/ÁÜá • * [Á } Áæ ÁQç^/•q } ^•ÁQæ æ &á /æ ÄË* en línea] 5campus.com, Financiación e Inversión <<http://www.5campus.com/leccion/fin010>> [12/12/2018].
- Franco, A. L., Claudia, T. A., & Haroldo, B. D. (2011). *T [á^ [ÁáÁT æ \] , æ ÁÁT [á^ [ÁáÁ Óææ ÉSæ^ / { æ Á } ÁæÁU] cæ ã æææ } ÁáÁÚ [/cæ [q • ÁáÁQç^/•æ } È* Rev. Tecno Lógicas No. 26, ISSN 0123-7799, Junio de 2011, pp. 71-88.
- García, B. J. (2013). *Qç^/•q } ^•Áq æ æ /æ K^/ &&æ } ÁáÁææc /æ ÉÁ [/cæ Á / / &ææ* Difusora Larousse - Ediciones Pirámide.
- García, C., & Gutiérrez, S. (2015). *Ô [{] ææææ } ÁáÁ^ ^d á [[* cæ ÁáÁXæ / / Á } ÁÜá • * [Á ææá] [/cæ [q • Áq } ÁáÁqææ [• ÁáÁq / à^ /c^ /ææ ÁÁ [] ^áæ È*
- García, J. L. (2017). *Üæ] / ÁáÁ^É \ ^ , } ^••Áq áÁç^/æ^ Á - ^ & c Á Áæ^ ÁæÜá \ Áq áÁQ] ^c^ áÁ ÜQ /cæ / Á • cæ ææ } L*chapter 2 and 3.
- García, P., (2004). *ÒÁXæ / / Á } ÁÜá • * [ÁXæÜD* Ed. Instituto de Empresa.
- Gento, P. O., & García, G. (2004). *Ç / ^ / } ææææ Á • cæ ò cææ ÁæÁæ / & ^ [/ ÁáÁXæ / / Á } ÁÜá • * [È* Estadística española. Vol. 46, Núm. 155, 2004, págs. 119 a 148.
- Gitman, L. J. (2009). *ÜQ^ } áæ ^ } d • ÁáÁç^/•æ æææ*. Décima edición PEARSON EDUCACIÓN, México, ISBN: 978-970-26-1514-9.
- Gitman, L. J., & Zutter, C. J. (2016). *Ú / q æ q q • ÁáÁææ { q ã cæææ } Áq æ æ /æ ÁQ^æ [& æD* México: Pearson Education.
- González, P. A. (2014). *Xæ^ ÁæÜá \ ÁXæÜD* Universitat Autònoma de Catalunya. NIU:1273771 España.
- Gutierrez, R. (2008). *Üá • * [ÁÁ [æqñææÁ } Á / • Á ^ /ææ [• Áæ&æ } æq • Á { ^ / * ^ } c • ÁT ^ áæq } Á á^ / ÁæÜÁ ÁQæÜáq /ææ á [ÁæÁ / ææÁ / Áæ / ÁÁ c d ^ [.* Universidad Nacional Autónoma de México.

Hendrick, H. W. (1996). *Proceedings of the Human Factors and Ergonomics Society Annual Meeting*, 40(1), 1–10. <https://doi.org/10.1177/154193129604000101>

Higuera, R., Dorofee, A., Walker, J., & Williams, R. (1994). *Special Report CMU/SEI-94-SR-5*.

Inui, K., & Kijima, M. (2009). *Journal of Risk Management*, vol. 29, issue 4, 853-864.

Jaureguizar, F. M. (2009). *Journal of Risk Management*, vol. 29, issue 4, 853-864.

Jiménez, L. M., Restrepo, F., & Acevedo, N. M. (2015). *En-Contexto*, 3, 2014–2015. Retrieved from <http://ojs.tdea.edu.co/index.php/encontexto/article/view/294/286>.

Johnson, C. (2000). *Documento de Trabajo N° 67, Banco Central de Chile*, marzo.

Johnson, C. (2001). *Revista de Análisis Económico*, 16 (1), 83-97.

Jonhson, C. A. (2002). *Estudios de Economía*. Vol. 28 - N° 2, Diciembre 2001 Estudios de Economía, Vol. 28, No. 2, 2201, Chile, Santiago.

Jorion, P. (2001). *United States: McGraw-Hill*.

Jorion, P. (2003). *Mexico: Limusa*. Retrieved from <http://dspace.ucbscz.edu.bo/dspace/handle/123456789/13435>

Jorion, P. (2006). *Derivatives Strategy*, April 1997.

Klaic, R. (2014). *Universidad de los Hemisferios*.

Lamothe, P., & Eduardo, C. (2008). *Revista Ingeniería de Sistemas*. Volumen XXII.

Lioudis, N. (2017). *Obtenido de https://www.investopedia.com/articles/07/sharpe_ratio.asp*

Lizcano J. y Castello E. (2004). *El modelo de Markowitz en la práctica*. Madrid: Cámaras de Comercio, Servicios de Estudios

López, J. F. (2017). *Modelo de Markowitz*. Obtenido de <https://economipedia.com/definiciones/modelo-de-markowitz.html>.

Manfredo, M., & Leuthold, R. (1998). *El modelo de Markowitz en la práctica*. University of Illinois, Office for Futures and Options Research Working Paper No. 98-04. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=127008> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.127008>

Markowitz, H. (1952). *El modelo de Markowitz*. *Revista de Estadística* (1), 77-91. Recuperado de "http://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf".

Martinelli, P. A. (2002). *El modelo de Markowitz en la práctica*. Departamento de estudios especiales y valoración de riesgo. Nota técnica N°2.

Mascareñas, J. (2015). *El modelo de Markowitz en la práctica*. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2316009> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2316009>

Méndez, P. S. (2016). *El modelo de Markowitz en la práctica*. ESPOL

Minnich, M., (1998). *El modelo de Markowitz en la práctica*

Monge, J. (2003). *El modelo de Markowitz en la práctica*. San José: Editorial Universidad de Costa Rica.

Montalvo, M. (1998). *El modelo de Markowitz en la práctica*. Quito: Imprima.

Moreno, J. D. (2012). *El modelo de Markowitz en la práctica*

Morgan, J.P. (2005). *El modelo de Markowitz en la práctica*. New York: J.P. Morgan

Nieves, A. J. (2009). *El modelo de Markowitz en la práctica*. Universidad del Cema.

Olvera, E., & Zenteno, J. (2013). *Wj Áy {] æææ[Á } d^ÁæÁ ^q á[|| * æ Á^Á] æ ã ææ) Á á^] [:æ[] . Á^Á ç^ . æ) Á } d^Á^Á [á^[[Á^Á æ\ [, æ Á^Á^Á . .d á[Á^Á^Á ~ |ææ) Á { [] c^Á&æ[[Á& } Áæ& } ^ . Á] ^ : c } ^ & } c . ÁæÁ& & Á G E i Á . Á G F G E Retrieved from <https://repository.uaeh.edu.mx/bitstream/bitstream/handle/123456789/10723/Biodisponibilidadcalcioharinanopal.pdf?sequence=1>.*

Otárola, C. (2001). *Áj |æææ) Á^ÁæÁ [:æÁ^ÁÁæ[Á } ÁÜá * [ÁæÁæ [. Á^Á^Á & d | Á gá|æ] .* San José: UCR-FUNDEPOS.

Penza, P., & Bansal, V. K. (2001). *Áæ^æ ~ |ã * Á æ \ ^ Ü á \ Á æ Ç K æ ^ ÁæÜá \ ÉÍ @ Á æ ^ Á æ á ÁÜ] . ÉÁ , Á [\ É*

Pfiffelmann, M., Roger T., & Bourachnikova, O. (2016). *Y @ } Á^@æ[:æÁÜ [:ç |ã ÁV@ [^ Á { ^ Á c Á æ \ [, æ Á^@ [^ É Ç } [{ æ Á [á^ |ã * É* Volume 53, February 2016.

Piñeiro, C., & de Llano, P. (2012). *Çã æ : æ Á {] ^ . æææ . ÉÁ^ [:æÁ^Á [á^[[. Á& } Á@æÁ^Á & | & [É* Santiago: Andavira (cap. 7)

Ponce, G. A. (2016). *Xæ^ ÁæÜá \ ÁæÜÉ* Universitat Autònoma de Catalunya.

Rey, L. A. (2017). *Ü^çã æÁ Öá ææÉ Uàc } æ[Á á^Á Ü^çã æÁ Öá ææ .* hyperlink "https://revistadigital.inesem.es/gestion-empresarial/riesgo-financiero/"

Ribal, F.J., Segura, B., & Guadalajara, N. (2003). *T [á^[[. Á [áæææ[. Á^ÁÜ@] ^ Á ææÁ^Á { ^ | &æ[Á^Á^ÁæÁ^ : æÁ^ } Á^ } ææÉ* Revista Española de Estudios Agrosociales y Pesqueros: 199: 119-137.

Rincón, A. C. (2015). *V^ [:æÁ^Áæ[:æá] Á [:æááæá } Áæ& } . d ~ &æ) Á^Á [:æ[]ã . É*

Romero, R. (2012). *Ç [| ~ &æ) Á^Á^æÉ .* eXtoicos

Rojas, R., & Pérez, L. (2013). *T^d á[|| * æá ææÁ^Á | ~ [[Á^Á . . :ææá | çæ æÁ } Á & [f | { ææ) Á^Á [:æ[]ã . Á] ç [. Á^Á ç^ . æ) ÉÁ*

Ross, S., Westerfield, R., & Jaffe, R. (2012). *Çã æ : æ Á [|] [:æææ É Ç æææ) ,* México.

Ross, S., Westerfield, R., & Jordan B. (2010). *Ç } áæ ^ } ç . Á^Á Çã æ : æ Á [|] [:æææ Á Ç á æ* México DF: McGraw-Hill.

Salinas, A. J. (2009). *ÉÁ^d á[|| * æ Á^Á^áææ) Á^Á^Á * [Á^Á^Á^ &æ[.* Innovar, 19(34), 187–199.

Saldaña, J., Palomo, M., & Blanco, M. (2011). *El rol de la información en la gestión de carteras de inversión*. *Revista de Economía y Finanzas*, 4(2), 331–355.

Sampieri, J., Trejo, B., & González, L. (2014). *El uso de la información en la gestión de carteras de inversión*. *Revista de Economía y Finanzas*, 4(2), 331–355.

Sánchez, C. P. (2014). *El uso de la información en la gestión de carteras de inversión*. *Revista de Economía y Finanzas*, 4(2), 331–355.

Shapiro, A. (2003). *El uso de la información en la gestión de carteras de inversión*. *Revista de Economía y Finanzas*, 4(2), 331–355.

Soley, S. J. (2006). *El uso de la información en la gestión de carteras de inversión*. *Revista de Economía y Finanzas*, 4(2), 331–355.

Sogorb, F. (2009). *El uso de la información en la gestión de carteras de inversión*. *Revista de Economía y Finanzas*, 4(2), 331–355.

Sogorb, F. (2013). *El uso de la información en la gestión de carteras de inversión*. *Revista de Economía y Finanzas*, 4(2), 331–355.

Tapia, B.A. (2013). *El uso de la información en la gestión de carteras de inversión*. *Revista de Economía y Finanzas*, 4(2), 331–355.

Vinitzky, A. (2008). *El uso de la información en la gestión de carteras de inversión*. *Revista de Economía y Finanzas*, 4(2), 331–355.

ANEXOS

Tabla 4. Matriz poblacional.

| | ACS.MC | ANA.MC | BBVA.MC | BKT.MC | CABK.MC | COL.MC | ELE.MC | ENG.MC | FER.MC | GRF.MC | ITX.MC | MAP.MC | MEL.MC | MTS.MC | REE.MC |
|---------|----------|---------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|---------|---------|
| ACS.MC | 0.00035 | 0.00026 | 0.00028 | 0.00026 | 0.00021 | 0.00019 | 0.00016 | -0.00001 | 0.00021 | 0.00012 | 0.00016 | 0.00024 | 0.00021 | 0.00001 | 0.00014 |
| ANA.MC | 0.00026 | 0.00050 | 0.00030 | 0.00028 | 0.00023 | 0.00022 | 0.00021 | 0.00000 | 0.00024 | 0.00013 | 0.00018 | 0.00025 | 0.00024 | 0.00000 | 0.00018 |
| BBVA.MC | 0.00028 | 0.00030 | 0.00051 | 0.00037 | 0.00032 | 0.00024 | 0.00021 | 0.00000 | 0.00027 | 0.00014 | 0.00022 | 0.00034 | 0.00030 | 0.00001 | 0.00018 |
| BKT.MC | 0.00026 | 0.00028 | 0.00037 | 0.00077 | 0.00029 | 0.00022 | 0.00018 | -0.00001 | 0.00025 | 0.00013 | 0.00019 | 0.00031 | 0.00022 | 0.00004 | 0.00016 |
| CABK.MC | 0.00021 | 0.00023 | 0.00032 | 0.00029 | 0.00043 | 0.00021 | 0.00016 | 0.00000 | 0.00020 | 0.00012 | 0.00015 | 0.00026 | 0.00021 | 0.00001 | 0.00015 |
| COL.MC | 0.00019 | 0.00022 | 0.00024 | 0.00022 | 0.00021 | 0.00145 | 0.00012 | -0.00001 | 0.00019 | 0.00010 | 0.00015 | 0.00020 | 0.00020 | 0.00002 | 0.00011 |
| ELE.MC | 0.00016 | 0.00021 | 0.00021 | 0.00018 | 0.00016 | 0.00012 | 0.00042 | 0.00001 | 0.00015 | 0.00009 | 0.00011 | 0.00016 | 0.00015 | 0.00001 | 0.00016 |
| ENG.MC | -0.00001 | 0.00000 | 0.00000 | -0.00001 | 0.00000 | -0.00001 | 0.00001 | 0.00021 | -0.00001 | 0.00000 | -0.00001 | -0.00001 | -0.00001 | 0.00000 | 0.00000 |
| FER.MC | 0.00021 | 0.00024 | 0.00027 | 0.00025 | 0.00020 | 0.00019 | 0.00015 | -0.00001 | 0.00039 | 0.00013 | 0.00018 | 0.00023 | 0.00024 | 0.00002 | 0.00015 |
| GRF.MC | 0.00012 | 0.00013 | 0.00014 | 0.00013 | 0.00012 | 0.00010 | 0.00009 | 0.00000 | 0.00013 | 0.00031 | 0.00012 | 0.00013 | 0.00013 | 0.00000 | 0.00010 |
| ITX.MC | 0.00016 | 0.00018 | 0.00022 | 0.00019 | 0.00015 | 0.00015 | 0.00011 | -0.00001 | 0.00018 | 0.00012 | 0.00033 | 0.00018 | 0.00018 | 0.00000 | 0.00011 |
| MAP.MC | 0.00024 | 0.00025 | 0.00034 | 0.00031 | 0.00026 | 0.00020 | 0.00016 | -0.00001 | 0.00023 | 0.00013 | 0.00018 | 0.00049 | 0.00026 | 0.00001 | 0.00015 |
| MEL.MC | 0.00021 | 0.00024 | 0.00030 | 0.00022 | 0.00021 | 0.00020 | 0.00015 | -0.00001 | 0.00024 | 0.00013 | 0.00018 | 0.00026 | 0.00063 | 0.00002 | 0.00014 |
| MTS.MC | 0.00001 | 0.00000 | 0.00001 | 0.00004 | 0.00001 | 0.00002 | 0.00001 | 0.00000 | 0.00002 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00001 | 0.00002 | 0.00093 | 0.00001 |
| REE.MC | 0.00014 | 0.00018 | 0.00018 | 0.00016 | 0.00015 | 0.00011 | 0.00016 | 0.00000 | 0.00015 | 0.00010 | 0.00011 | 0.00015 | 0.00014 | 0.00001 | 0.00029 |

Fuente: Yahoo! Finance

Elaboración: El autor

Tabla 5. Matriz muestral.

| | ACS.MC | ANA.MC | BBVA.MC | BKT.MC | CABK.MC | COL.MC | ELE.MC | ENG.MC | FER.MC | GRF.MC | ITX.MC | MAP.MC | MEL.MC | MTS.MC | REE.MC |
|---------|----------|---------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|---------|---------|
| ACS.MC | 0.00035 | 0.00026 | 0.00028 | 0.00026 | 0.00021 | 0.00019 | 0.00016 | -0.00001 | 0.00021 | 0.00012 | 0.00016 | 0.00024 | 0.00021 | 0.00001 | 0.00014 |
| ANA.MC | 0.00026 | 0.00050 | 0.00030 | 0.00028 | 0.00023 | 0.00022 | 0.00021 | 0.00000 | 0.00024 | 0.00013 | 0.00018 | 0.00025 | 0.00024 | 0.00000 | 0.00018 |
| BBVA.MC | 0.00028 | 0.00030 | 0.00051 | 0.00037 | 0.00032 | 0.00024 | 0.00021 | 0.00000 | 0.00027 | 0.00014 | 0.00022 | 0.00034 | 0.00030 | 0.00001 | 0.00018 |
| BKT.MC | 0.00026 | 0.00028 | 0.00037 | 0.00077 | 0.00029 | 0.00022 | 0.00018 | -0.00001 | 0.00025 | 0.00013 | 0.00019 | 0.00031 | 0.00022 | 0.00004 | 0.00016 |
| CABK.MC | 0.00021 | 0.00023 | 0.00032 | 0.00029 | 0.00043 | 0.00021 | 0.00016 | 0.00000 | 0.00020 | 0.00012 | 0.00015 | 0.00026 | 0.00021 | 0.00001 | 0.00015 |
| COL.MC | 0.00019 | 0.00022 | 0.00024 | 0.00022 | 0.00021 | 0.00145 | 0.00012 | -0.00001 | 0.00019 | 0.00010 | 0.00015 | 0.00020 | 0.00020 | 0.00002 | 0.00011 |
| ELE.MC | 0.00016 | 0.00021 | 0.00021 | 0.00018 | 0.00016 | 0.00012 | 0.00042 | 0.00001 | 0.00015 | 0.00009 | 0.00011 | 0.00016 | 0.00015 | 0.00001 | 0.00016 |
| ENG.MC | -0.00001 | 0.00000 | 0.00000 | -0.00001 | 0.00000 | -0.00001 | 0.00001 | 0.00021 | -0.00001 | 0.00000 | -0.00001 | -0.00001 | -0.00001 | 0.00000 | 0.00000 |
| FER.MC | 0.00021 | 0.00024 | 0.00027 | 0.00025 | 0.00020 | 0.00019 | 0.00015 | -0.00001 | 0.00039 | 0.00013 | 0.00018 | 0.00023 | 0.00024 | 0.00002 | 0.00015 |
| GRF.MC | 0.00012 | 0.00013 | 0.00014 | 0.00013 | 0.00012 | 0.00010 | 0.00009 | 0.00000 | 0.00013 | 0.00031 | 0.00012 | 0.00013 | 0.00013 | 0.00000 | 0.00010 |
| ITX.MC | 0.00016 | 0.00018 | 0.00022 | 0.00019 | 0.00015 | 0.00015 | 0.00011 | -0.00001 | 0.00018 | 0.00012 | 0.00033 | 0.00018 | 0.00018 | 0.00000 | 0.00011 |
| MAP.MC | 0.00024 | 0.00025 | 0.00034 | 0.00031 | 0.00026 | 0.00020 | 0.00016 | -0.00001 | 0.00023 | 0.00013 | 0.00018 | 0.00049 | 0.00026 | 0.00001 | 0.00015 |
| MEL.MC | 0.00021 | 0.00024 | 0.00030 | 0.00022 | 0.00021 | 0.00020 | 0.00015 | -0.00001 | 0.00024 | 0.00013 | 0.00018 | 0.00026 | 0.00063 | 0.00002 | 0.00014 |
| MTS.MC | 0.00001 | 0.00000 | 0.00001 | 0.00004 | 0.00001 | 0.00002 | 0.00001 | 0.00000 | 0.00002 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00001 | 0.00002 | 0.00093 | 0.00001 |
| REE.MC | 0.00014 | 0.00018 | 0.00018 | 0.00016 | 0.00015 | 0.00011 | 0.00016 | 0.00000 | 0.00015 | 0.00010 | 0.00011 | 0.00015 | 0.00014 | 0.00001 | 0.00029 |

Fuente: Yahoo! Finance

Elaboración: El autor