UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA

La Universidad Católica de Loja

ÁREA ADMINISTRATIVA

TÍTULO DE INGENIERO EN ADMINISTRACIÓN EN BANCA Y FINANZAS

Valor en riesgo (VaR) de carteras de inversión del sector utilities, periodo 2005 – 2015

TRABAJO DE TITULACIÓN.

Autor: Cumbicus Gaona, Yesenia Lisbeth

Tutor: Chávez Alvear, Nelson Vicente

LOJA – ECUADOR

2019

APROBACIÓN DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Economista.

Nelson Vicente Chávez Alvear

DOCENTE DE LA TITULACIÓN

De mi consideración:

El presente trabajo de titulación: Valor en riesgo (VaR) de carteras de inversión del sector utilities periodo 2005 – 2015, realizado por Cumbicus Gaona Yesenia Lisbeth, ha sido orientado y revisado durante su ejecución, por cuanto se aprueba la presentación del mismo.

Loja, febrero 2019

f) ………………………….

DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y CESIÓN DE DERECHOS

"Yo Cumbicus Gaona Yesenia Lisbeth declaro ser autora del presente trabajo de titulación: Valor en riesgo (VaR) de la cartera de inversión del sector utilities periodo 2005 – 2015, de la Titulación Banca y Finanzas, siendo Econ. Nelson Vicente Chávez Alvear director del presente trabajo; y eximo expresamente a la Universidad Técnica Particular de Loja y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales. Además, certifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de mi exclusiva responsabilidad.

Adicionalmente declaro conocer y aceptar la disposición del Art. 88 del Estatuto Orgánico de la Universidad Técnica Particular de Loja que en su pertinente textualmente dice: "Forman parte del patrimonio de la Universidad la propiedad intelectual de investigaciones, trabajos científicos o técnicos y tesis de grado o trabajos de titulación que se realicen con el apoyo financiero, académico o institucional (operativo) de la Universidad"

f) ……………………………….

Autor: Cumbicus Gaona Yesenia Lisbeth

Cédula: 1900748987

DEDICATORIA

Dedico este trabajo principalmente a Dios, por darme la vida y permitirme llegar a este momento tan importante de mi formación profesional.

Se lo dedico a mi madrecita Alba Cumbicus, quien supo ser madre y padre a la vez, asimismo por ser el pilar fundamental en mi vida, que con sus mayores esfuerzos supo darme ese apoyo incondicional y que a pesar de los errores que he cometido nunca me abandono y siempre estuvo con una palabra de aliento y buenos consejos para superar las adversidades de la vida y ser una mujer de bien y sobretodo una buena profesional.

A mi papito y mamita Benigno Cumbicus y Emérita Gaona, que por motivos de estudio tuvimos que separarnos, pero a pesar de la distancia siempre estuvieron presentes con su cariño, sus sabios consejos y con los deseos de ver a su nieta ser una mujer preparada.

A mis hermanos Vinicio, Diana y Mercy Caraguay Cumbicus, que con ellos conocí el valor de la palabra responsabilidad y por ser el mayor apoyo moral que he tenido, a pesar de las diferencias de hermanos que hemos tenido siempre conté con el soporte y cariño ilimitado que solo ellos pueden dar.

Yesenia Lisbeth Cumbicus Gaona

AGRADECIMIENTO

Infinitas gracias a nuestro creador que sin él no lograremos nada.

A mi madre que, gracias a su apoyo incondicional, a su esfuerzo por sacarme a delante y ser una profesional, por todo su aporte sin dudarlo y gracias a sus enseñanzas y buenos consejos que me sirvieron de motivación para cumplir nuestra meta tan anhelada.

De la misma manera le estaré muy agradecida al esposo de mi mamá Darwin Caraguay, por ser el sustento de la familia, pero sobre todo por saberla comprender y apoyarnos con ese granito de arena que alguna vez nos hizo falta.

A mis abuelitos quienes han sido mi principal fuente de inspiración ya que conté con su apoyo y protección desde mi niñez y han sabido impartir buenos valores, infinitas gracias a ellos por guiarme para llegar a ser la persona de buenos valores que soy.

Un agradecimiento profundo a mis hermanos que estuvieron siempre conmigo a lo largo de mi carrera y por esas palabras de aliento que sirvieron para terminar mi trabajo de fin de titulación.

A mis tíos, primas y primos que de alguna u otra forma estuvieron con palabras de aliento y motivación para salir adelante y terminar con mi profesión.

A mis mejores amigas y amigos que desde el inicio de la carrera universitaria conté con su apoyo compartiendo conocimientos y sobretodo compartiendo malos, buenos, pero sobre todo los mejores e inolvidables momentos de nuestra vida universitaria.

A mi director de tesis Econ. Nelson Chávez por la paciencia, guía y orientación para la terminación de mi trabajo de investigación.

A mis profesores de la Universidad Técnica Particular de Loja por haber impartido sus conocimientos y permitirme preparar como profesional a lo largo de mi carrera universitaria.

Yesenia Lisbeth Cumbicus Gaona

ÍNDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS

Índice de figuras

RESUMEN

El trabajo de investigación tuvo como objetivo estimar la maximización del portafolio de carteras de inversión y determinar su valor en riesgo dentro de las empresas de USA y Canadá que se encuentran dentro del sector utilities que cotizan en la Bolsa de New York. Está enfocado a inversores de fondos que buscan maximización de rentabilidades y que permita minimizar y diversificar el riesgo y a su vez optimizar la rentabilidad de las empresas de este estudio.

La metodología utilizada fue la aplicación de los modelos de Valor en riesgo (VaR), varianza – covarianza e histórico en los portafolios de carteras de 5, 10 y 15 activos con maximización de la rentabilidad, minimización del riesgo y la maximización del ratio Sharpe. Se realiza un VaR histórico y varianza – covarianza, donde se analiza la rentabilidad de la cartera, el riesgo de la cartera diaria y los dos métodos principales de esta investigación. Los resultados más relevantes se los reflejó en las carteras de 10 y 15 activos, que ofrecen mejor optimización histórica.

PALABRAS CLAVES: Sharpe, Markowitz, optimización, carteras de inversión, VaR

ABSTRACT

The objective of the research work was to estimate the portfolio portfolio's maximization and determine its value at risk for the utilities sector of companies listed on the New York Stock Exchange. It is focused on fund investors that seek maximization of profitability and that allows to minimize and diversify the risk and at the same time optimize the profitability of the companies

The methodology used was the application of the models VaR variance – covariance, historical in portfolio portfolios of 5, 10 and 15 assets with maximization of profitability, minimization of risk and maximization of the Sharpe ratio. It performs a historical VaR and variance – covariance, which analyzes the profitability of the portfolio, the risk of the daily portfolio and the two main methods of this research. The most relevant results were reflected in the portfolios of 10 and 15 assets, which offer better historical optimization.

KEY WORDS: Sharpe, Markowitz, optimization, investment portfolio, VaR

INTRODUCCIÓN

El trabajo denominado valor en riesgo de las carteras de inversión buscó la optimización de la cartera de 5, 10 y 15 activos del sector servicios públicos de empresas que cotizan en la Bolsa de New York, datos descargados del portal Yahoo Finances del periodo 2005 – 2015. La investigación tuvo un objetivo el cual es calcular carteras de inversión con diferentes funciones de optimización y determinar su valor en riesgo a partir de cotizaciones históricas de las empresas.

A través de los modelos histórico y varianza – covarianza, y con la utilización del algoritmo Solver se estimó las diferentes carteras optimizadas de activos financieros con los cuales se buscó obtener una mejor inversión en las distintas carteras de 5, 10 y 15, es importante el desarrollo de este modelo ya que nos ayuda a maximizar la rentabilidad de las carteras a un nivel de riesgo dado, y obtener una perspectiva diferente al momento de invertir para incrementar la rentabilidad a sus empresas.

La investigación se encuentra conformada así:

En el primer capítulo se analiza la teoría de carteras y los diferentes modelos de Markowitz, Sharpe, CAPM, SML, CML, ATP. El modelo de Markowitz fue el principal en la teoría de carteras originado en el año de 1952. Donde se planteó un modelo racional para la selección de carteras cuyos valores serán con una liquidez inmediata. A su vez, el modelo Sharpe indica cual es el rendimiento promedio por unidad de riesgo incurrido, utilizando una medida de riesgo a la desviación estándar de los portafolios.

En el segundo capítulo se presenta el concepto del VaR valor en riesgo, y las distintas metodologías para calcular el mismo y la revisión de literatura de artículos relacionados con los métodos histórico, matriz de varianza – covarianza.

En el tercer capítulo se desarrolló la metodología aplicada a esta investigación, los datos y las compañías que son analizadas en el estudio, las cotizaciones para las 15 compañías que conforman la muestra de los datos que fueron descargadas del portal Yahoo Finanzas del periodo 2005 – 2015:

En el cuarto capítulo se presenta el análisis de los resultados, basados en las optimizaciones de cada una de las carteras, evaluando la máxima rentabilidad, el mínimo riesgo y la maximización del ratio Sharpe. A continuación, se plantea la discusión, conclusiones y las recomendaciones del estudio, y se agregaron los anexos de la información financiera de matrices y pesos.

CAPÍTULO I

TEORIA DE CARTERAS

TEORÍA DE CARTERAS

Según Granel, (2018) la teoria de carteras es un modelo general para el analisis de la inversión en condiciones de riesgo, se basa en la decisión de acuerdo a la cartera de inversiones optimas que se fundamenta en el estudio de la media y la variabilidad de los distintos títulos que existen en los mercados.

Court & Tarradellas, (2010) afirma que para formar una cartera es necesario tomar varias decisiones, una de ellas que los activos conformarán la cartera y la cantidad de estos, pero también es necesario saber analizar los resultados de la cartera; estos aspectos son muy importantes para el inversionista ya que de esa forma se tomará la mejor decisión para lograr una máxima rentabilidad con el menor riegos de su inversión.

De acuerdo con Court & Tarradellas, (2010) la forma eficiente de la cartera es componer archivos que ofrezcan mayor rentabilidad que vaya en relación al riesgo. Así el inversor tendrá la rentabilidad deseada.

Selección de Carteras

Dentro de la selección de carteras, García, (2013) se refiere a la relación de carteras de activos financieros de renta variable, la cual es realizada por inversionistas que intentan maximizar sus rendimientos para cada nivel de riesgo, o minimizar su riesgo para cada nivel de rendimiento. En la selección de carteras hay diferentes fases las cuales son las siguientes:

- ✓ Análisis de los activos, en la cual se determina la máxima rentabilidad y el mínimo riesgo acoplado con cada activo.
- ✓ Análisis de las carteras, donde se establece el conjunto de portafolios viables o de oportunidades de una inversión.
- ✓ Selección de la cartera óptima, en esta parte se especifica cada preferencia del inversor en cuanto a la composición de rentabilidad y el riesgo.

Análisis de los activos

Para el análisis de los activos Court & Tarradellas, (2010) menciona que, para formar cualquier cartera, el inversionista debe decidir que activos la componen, en que activos intervienen y cuánto en cada uno. Así que es necesario conocer las características de los mismos, realizando un análisis para determinar la rentabilidad esperada, su riesgo y covarianza con los demás.

1.1 Modelo de Markowitz

Originada en 1952 por Harry Markowitz, autor de un artículo que habla sobre la teoría moderna de la selección de cartera en el cual planteó un modelo racional para la selección de carteras de valores con liquidez inmediata. La característica esencial consiste en indagar por la estructura de la cartera que maximice el rendimiento dado o minimice el riesgo (Court & Tarradellas, 2010).

De la misma manera Markowitz establece que lo que se denomina como frontera eficiente, la cual es el conjunto de carteras que se conforman con todos los componentes de riesgo-rendimiento los cuales se obtienen en distintos activos los cuales ofrecen la rentabilidad máxima esperada para cualquier tipo de riesgo dado (Betancourt, García, & Lozano, 2013).

En el modelo de Markowitz, en el momento de seleccionar una cartera de inversión los inversionistas buscan obtener una maximización de rentabilidad sin tener que asumir un elevado nivel de riesgo, en base a una dirección racional. De la misma manera Betancourt, García, & Lozano, (2013) muestran, como hacer una cartera óptima disminuyendo el riesgo de modo que el rendimiento no se vea afectado.

Para la conformación de una cartera de inversión equilibrada lo más importante es la diversificación ya que de esta manera se reduce la variación de los precios. Entonces la idea de la cartera es, variar las inversiones en diferentes mercados y plazos para así disminuir las dudas en la rentabilidad total de la cartera y por lo tanto reducir el riesgo (Alarcón, 2015).

Para Markowitz, un inversor debería evaluar carteras alternativas basándose en sus rendimientos esperados y en su desviación típica. Como una cartera no es nada más que un conjunto de activos, el problema se “reduce” a seleccionar la mejor cartera de entre un conjunto de posibles carteras, pero nos encontraremos con un “pequeño” contratiempo: el inversor pretende obtener la más alta rentabilidad para su inversión, y al mismo tiempo quiere que para obtener esa rentabilidad se asuma el menor riesgo posible (menor desviación típica) (Pérez, 2010).

1.1.1 Supuestos del modelo de Markowitz.

Garza Madera, (2009) muestra que el modelo de Markowitz tiene una serie de supuestos la cual se muestran a continuación:

- La selección de dichas inversiones es estrictamente para un periodo.

- Se puede expresar matematicamente o geograficamente las preferencias entre riesgo y rendimiento del inversionista el cual se define en un espacio de la varianza o desviación estándar y el rendiemiento esperado.
- Para formar un portafolio existe en el mercado de capitales n acvitos.
- Se puede calcular la varianza y las covarianzas de cada uno de sus activos, asimismo la esperanza matematica del rendimiento.
- Tanto activos como carteras se pueden comprar, ya que son perfectamente divisibles lo que nos queire decir que estan disponibles en el mercado en fraciones.
- No se consideran impuestos ni comisiones por lo que se ignora todo tipo de costos de transaciones.
- Los activos se intercambian en mercados de competencia. No existe irregularidades en la información ni dominio de mercado.

1.1.2 Hipótesis del modelo de Markowitz.

Franco, Avendaño, & Díaz, (2011) señala que el modelo de Markowitz empieza por las hipótesis que se presentan a continuación:

1) Los inversores tienen expectativas homogéneas, llegando a las mismas estimaciones respecto a la rentabilidad, riesgos y covarianzas de los activos del mercado.
2) Los mercados de capitales están en equilibrio al principio del periodo de planificación, siendo la oferta de títulos igual a la demanda.
3) De acuerdo con la conducta del inversor este tomara un portafolio de las carteras que contengan la máxima rentabilidad para un nivel de riesgo determinado.

1.1.3 Modelo matemático de Markowitz.

En base al modelo matemático que muestra Franco, Avendaño, & Díaz, (2011) se presenta en la primera parte, se basa en la determinación de las ponderaciones w_i que dan una mayor rentabilidad esperada del portafolio, sujeto a un nivel de riesgo admitido. Siendo así:

$$Max\ E\ (Rp) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot E(R_i)$$

El cual está sujeto a:

$$\sigma^2\ (Rp) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1; \quad w_i \geq 0\ (i = 1, \ldots, n)$$

En el cual:

El número de activos del portafolio está representado por **n**; **Ri** viene siendo la variable aleatoria del rendimiento de un activo i; **E(Ri)** se utiliza para representar la rentabilidad que se espera de este activo i; la rentabilidad de la cartera está representada por **Rp**; **E(Rp)** se la utiliza para representar la rentabilidad que se espera de la cartera; **wi** se lo utiliza para representar el equilibrio del capital del inversor que se destina al activo; **σ2(Rp)** representa a la varianza del rendimiento del portafolio; **σij** es la covarianza entre los rendimientos de los activos i y j; y **σ02** es la varianza máxima admitida (Franco, Avendaño, & Díaz, 2011).

Asimismo, en la revista scielo habla sobre la formulación dual alternativa la cual determina las ponderaciones que disminuyen la varianza de una cartera, que se encuentra a una mínima rentabilidad que es requerido para dicho portafolio. Se expresa de la siguiente manera:

$$Min\ \sigma^2\ (Rp) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij}$$

El cual está sujeto a:

$$E(Rp) = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot E(R_i) \geq \mu_0$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1; \quad w_i \geq 0\ (i = 1, \ldots, n)$$

En el que μ0 es la rentabilidad mínima requerida.

A partir de estas dos opciones, con la optimización de la varianza o el importe deseado, se podrá encontrar las ponderaciones de los activos, que optimizan el objetivo con las limitaciones presentadas, a partir de esto se puede determinar los portafolios eficientes, que faciliten la máxima rentabilidad para riesgo tomado.

La más importante aportación del modelo de Markowitz para la elección de carteras optimas se encuentra en la manera de utilización para escoger aspectos primordiales los cuales guiaran a un inversionista a la mejor elección para la conformación de su portafolio, de manera que desarrolle un máximo rendimiento, y de la misma manera controlar el nivel de riesgo; o a su vez, con la minimización del riesgo controlar la rentabilidad.

1.2 Modelo de Sharpe

El economista William Sharpe fue quien desarrolló este modelo de allí su nombre, en el que se demuestra la obtención de un portafolio por unidad de riesgo incurrido a partir del rendimiento promedio, utilizado como medida de riesgo la desviación estándar de los retornos del portafolio.

Según Población García & Serna Calvo, (2015) Sharpe en 1963 y Treynor en 1965 realizan simplificaciones que facilitan la aplicación práctica del Modelo de Markowitz. Específicamente, Sharpe supone que la dependencia estadística entre los rendimientos de los títulos no es directa, sino que se deriva de la relación entre los rendimientos de los títulos y un grupo de indicadores macroeconómicos, como pueden ser el producto interior bruto, el índice general de precios, la renta por habitante, etc.

De acuerdo con Gomero, (2014) Sharpe es una de las herramientas más usadas para seleccionar un portafolio, cuyo modelo contrasta el rendimiento promedio esperado del portafolio con el de un activo sin riesgo. De la misma manera, Gomero, (2014) afirma que el modelo no solo considera la prima de rendimiento, el cual es la diferencia entre al rendimiento promedio del portafolio y la tasa sin riesgo, sino que, además, considera la volatilidad de la cartera, el cual es cuantificado por la desviación típica del portafolio

Asimismo, es conveniente precisar que, al formarse dos carteras, se tendría que elegir aquella que posee mayor índice, para lograr este objetivo, se podría recomendar estructurar carteras con activos que estén inversamente correlacionados, ya que, por este lado, se logrará obtener una menor desviación típica o riesgo para el portafolio, lo cual aumentaría la magnitud de su rendimiento. Con dicha estrategia de estructuración de carteras se estaría obteniendo una rentabilidad que aseguraría la ganancia esperada para el inversionista (Gomero, 2014).

1.2.1 Hipótesis del Modelo de Sharpe.

1) El mismo horizonte temporal está constituido por el conjunto de inversionistas de un mercado.
2) Se conocen todos los activos n que formaran parte de la cartera.
3) Según la denominada línea característica del título, la rentabilidad de cada uno de los activos k, Rk, va a depender linealmente de la rentabilidad de un mercado o a su vez de un índice de referencia, Rm.
4) No se tomarán en cuenta ningún tipo de gastos, ni la inflación, ni los impuestos, ya que los activos son infinitamente divisibles.

Según Latorre, (2016) partiendo de las diferentes hipótesis, William Sharpe planteó un Modelo de Mercado o Modelo de Sharpe, que minimiza la cantidad de cálculos para los portafolios que cuentan con un gran número de activos y que además aumentaba una cantidad de hipótesis y parámetros de relevancia, como también lo importante que es el comportamiento del índice general para calcular las rentabilidades o los distintos tipos de riesgos los cuales son:

- ✓ Riesgo no sistemático, el cual depende de las características específicas de la entidad o empresas emisora, de la naturaleza de sus actividades productivas, de la gestión y preparación de sus directivos o de su solvencia financiera, entre otros aspectos (Latorre, 2016).
- ✓ Riesgo sistemático, no depende de las características individuales de cada activo, sino de la coyuntura económica general o de un Índice Bursátil determinado y que incide sobre el comportamiento de los precios en los mercados de valores (Latorre, 2016).

1.2.2 Ratio de Sharpe.

Este ratio calcula la rentabilidad que existe en abundancia por unidad de desviación típica en los activos de inversión. Es por esto por lo que el Ratio de Sharpe se presenta como el rendimiento de un activo, cartera o portafolio el cual se compensa al riesgo que es asumido al momento de una inversión. En el ratio de Sharpe al momento de una comparación de activos con un punto de referencia frecuente el ratio mayoritario será el que proporciones una mayor rentabilidad para este mismo riesgo (Pérez, 2010).

1.2.3 Formula Ratio de Sharpe.

La siguiente formula es la que permite determinar el Ratio de Sharpe:

$$Shp = \frac{E\ (R) - rf}{\sigma p}$$

Dónde:

Shp = Índice de Sharpe; **Ep** = rendimiento esperado del portafolio; **Rf** = tasa libre de riesgo; **σp**= Riesgo del portafolio. (Gomero, 2014)

La tasa de referencia representa la rentabilidad de un activo sin riesgo (Rf) que alternativamente al rendimiento del bono de la Reserva Federal, podría ser el rendimiento de un bono soberano con la mejor calificación de mercado, que es emitido por un gobierno (Gomero, 2014).

Si el Ratio Sharpe es negativo indica un beneficio del portafolio menor al de la rentabilidad del activo que está sin riesgo. En cambio, si el Ratio de Sharpe es menor a 1 muestra un contexto donde la ganancia del activo es menor al riesgo de este. Es por esto que si el ratio es más alto será mejor.

La fórmula del Ratio de Sharpe supone por tanto una medida de la rentabilidad de una inversión, calculada dividiendo el exceso de rentabilidad (que está por encima del rendimiento de una inversión libre de riesgo como por ejemplo los bonos del Tesoro) por la cantidad de riesgo adicional que se asume medido como la desviación típica de los rendimientos (Pérez, 2010).

1.3 Modelo CAPM

En la concepción de este modelo trabajaron en forma simultánea, pero separadamente, tres economistas principales: William Sharpe, John Lintner y Jan Mossin, cuyas investigaciones fueron publicadas en diferentes revistas especializadas entre 1964 y 1966. La inquietud que los atrajo por este tema fue el desarrollo de modelos explicativos y predictivos para el comportamiento de los activos financieros. Todos habían sido influenciados por la Teoría del Portafolio de Harry Markowitz, publicada en 1952 y reformulada en 1959 (Moreno, 2012).

El modelo CAPM ofrece de manera amena e intuitiva una forma sencilla para predecir el riesgo de un activo separándolos en riesgo sistemático y riesgo no sistemático; el riesgo sistemático se refiere a la incertidumbre económica general, al entorno, a lo exógeno, a aquello que no podemos controlar; el riesgo no sistemático, en cambio, es un riesgo específico de la empresa o de nuestro sector económico, es decir, es nuestro propio riesgo (Moreno, 2012).

Dentro de un mercado eficiente el modelo CAPM permite, conocer cuál es la rentabilidad esperada de cualquier activo o valor de inversión mediante el precio al que se negocia y conociendo cuál es su afectación al riesgo sistemático. Este modelo permite saber que activos ofrecen una rentabilidad mayor para un determinado nivel de riesgo (Latorre, 2016).

1.3.1 Supuestos del modelo CAPM.

El modelo CAPM demuestra que las tasas de rentabilidad esperadas de todos los activos riesgosos en el equilibrio son función de su covarianza con la cartera de inversión de mercado. Este modelo se desarrolla bajo las siguientes suposiciones:

- ✓ Los inversionistas buscan maximizar la utilidad esperada de su riqueza.
- ✓ Los inversionistas tienen perspectivas semejantes sobre la rentabilidad de los activos.
- ✓ Los inversionistas no pueden influir de manera individual en los precios de mercado.
- ✓ La distribución de probabilidad de las rentabilidades y las funciones de utilidad de los inversionistas se ajustan de tal manera que se dé el principio de separación en dos fondos.
- ✓ Existe un activo libre de riesgo en el cual los inversionistas pueden prestar o pedir prestado cantidades ilimitadas a una tasa libre de riesgo.
- ✓ La cantidad de activos es fija y todos ellos son negociables y perfectamente divisibles.
- ✓ Los mercados de activos no tienen fricción, el acceso a la información no tiene costo y está disponible de manera simultánea para todos los inversionistas.
- ✓ No hay imperfecciones en el mercado como impuestos, regulaciones ni restricciones para las ventas en corto.

1.3.2 Hipótesis del modelo CAPM.

Latorre, (2016) define como hipótesis del modelo CAPM los siguientes puntos:

- ✓ La totalidad de los inversionistas utilizan el mismo horizonte temporal.
- ✓ Para los componentes del portafolio de inversión se utiliza todos los activos n del mercado.
- ✓ Los inversores podrán hacer sus inversiones y tomar prestado a la tasa libre de riesgo Rf.
- ✓ Todos los inversores tienen perspectivas homogéneas sobre la rentabilidad y las distribuciones de probabilidades de variables aleatorias.
- ✓ Todos los inversores tienen aversión al riesgo ya que cuidan el equilibrio del retorno esperado y la variación para conformar el portafolio.

- ✓ Nunca se permite la comercialización de crédito ya que solo se examinan los “longs”, es por esta razón que los enfoques cortos (shorts) no son examinados en este método.
- ✓ Los activos son infinitamente divisibles y no se tendrán en cuenta ningún tipo de gastos, ni la inflación ni lo impuestos.

En el desarrollo de las hipótesis del modelo CAPM en un mercado que se encuentra en equilibrio en el que existe una tasa libre de riesgo, la frontera eficiente es la recta que, partiendo de la rentabilidad esperada de un activo sin riesgo, es tangente a la frontera eficiente de Markowitz (Latorre, 2016).

1.3.3 Modelo matemático del CAPM.

Según la teoría de Fernández, (2005) En términos matemáticos, el CAPM dice que el retorno esperado, que se exige a cualquier activo riesgoso, viene dado por:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i E(R_m - R_f)$$

Donde R_i es la rentabilidad del activo i, R_f es la tasa libre de riesgo, R_m es retorno de portafolio de mercado, y $\beta_i = \frac{Cov(R_i.R_m)}{Var(R_m)}$ es el beta del activo, mientras que Cov y Var denotan covarianza y varianza, respectivamente.

El modelo CAPM establece una relación sencilla tomando en cuenta el máximo riesgo para los inversores que participen en el mercado, siendo este un riesgo sistemático entonces se crea una correlación a través de la presente ecuación:

$$R_a = r_f + \beta_a \, x \, (r_m - r_f)$$

Dónde:

Ra: Es el rentabilidad esperada o solicitada para un activo α (acción ordinaria)

rf: Es la tasa libre de riesgo.

βα: Este mide el riesgo sistemático ya que es el coeficiente beta

rm: Es la rentabilidad esperada para una cartera.

Rm – rf: Prima de riesgo de mercado.

Particularmente el factor βα se lo representa así:

$$\beta_a = \frac{Cov\ (r_a \cdot r_m)}{\sigma_{R_m}^2}$$

Dónde:

$\beta\alpha$: es la coeficiencia beta del activo α.

Cov(rα,Rm): es la relación que existe entre el rendimiento del activo y la del mercado.

rα: es el rendimiento de la cartera o activo.

Rm: es el rendimiento del portafolio del mercado.

$\sigma^2_{R_m}$: es la varianza que refleja el rendimiento del portafolio.

En la ecuación inicial existe la línea del portafolio de valores (LMV) la cual es la correlación que existe entre el rendimiento de una acción común y el riesgo sistemático de un portafolio, ya que, existe un desagravio en la tasa de retorno solicitada y el riesgo sistemático por el factor beta del activo βα, esto es debido a que en cualquier mercado los precios de los bienes que son negociados como las acciones (Barriga Medina, 2014).

En la siguiente ecuación, se expresa cómo se mide el riesgo sistemático de un mercado βα, para este proceso se ejecuta desde la covarianza correspondiente a la rentabilidad del activo, con relación a la varianza del rendimiento del mercado;

Siendo así: cuando el activo es poco sensible en los cambios en la rentabilidad del mercado se lo conoce como $\beta\alpha<1$; cuando el activo es más sensible en los cambios de la rentabilidad se lo conoce como $\beta\alpha>1$; y cuando un activo permite conformarse con los cambios de la rentabilidad del mercado se lo conoce como $\beta\alpha=1$.

1.3.4 Riesgos del CAPM.

Este modelo estará subdividido en aquel que consideramos diversificable o no diversificable. Este riesgo no diversificable o sistémico se refiere al riesgo al que están expuestos todos los activos en un mercado. Por el contrario, el riesgo diversificable es aquel intrínseco a cada activo individual, así mismo se puede disminuir agregando activos al portafolio que se mitiguen unos a otros. Sin embargo, el riesgo sistémico no puede ser disminuido. Por lo tanto, un inversionista racional no debería tomar ningún riesgo que sea diversificable, pues solamente el riesgo no diversificable es recompensado en el alcance de este modelo. Por lo tanto, la tasa de rentabilidad requerida para un determinado activo, debe estar vinculada con la contribución que hace ese activo al riesgo general de un determinado portafolio (Pérez, 2010)

1.4 Modelo SML

La SML, según Latorre, (2016) también denominada Línea del Mercado de Títulos, es una recta que, en un portafolio en equilibrio, depende de la rentabilidad deseada de un activo con una medida de riesgo de este. Según Sharpe, el rendimiento que se desea obtener de un activo k (o un portafolio) puede ser el rendimiento exento de riesgo, E0, más una prima de riesgo que tiene que ser ajustada al coeficiente beta.

La utilización de la desviación típica de la rentabilidad se usa para medir el nivel de riesgo de un activo. Existe una relación sencilla en el equilibrio entre el rendimiento que se espera y el riesgo de los portafolios eficientes. Esta relación no se cumplirá con los activos ineficientes ni con los títulos aislados. Se deberá encontrar alguna otra medida del riesgo para el cumplimiento de dichas carteras (Mascareñas, 2012).

De la misma manera (Latorre, 2016) manifiesta que la principal finalidad del cálculo de la SML, en condiciones normales de mercado en desequilibrio, es el evaluar compra o no de determinados activos. La SML nos ayuda a identificar y representar gráficamente cuales son aquellos activos financieros que aportan una rentabilidad verdaderamente suficiente y eficiente para el riesgo que estos suponen.

El concepto de Security Market Line fue desarrollado para mostrar la relación entre riesgo y retorno de carteras ineficientes, activos individuales y también para carteras eficientes. La SML no toma en cuenta el desvío estándar como medida de riesgo (si lo hacía la CML) sino que tiene en cuenta el Beta, el cual mide únicamente la porción de riesgo sistemático o no diversificable (López C. , 2011).

1.4.1 Supuesto del Modelo SML.

Markowitz señala en su estudio que para establecer como es la varianza del riesgo de un activo o cualquier portafolio no se debe asociar con el riesgo total de su modelo ampliado, ya sea en equilibrio de mercado, activos sin riesgo, probabilidades similares; más bien debería ser como lo indica Sharpe, asociándolo con el coeficiente beta.

1.4.2 Modelo matemático de SML.

Para obtener la contribución de riesgo de un activo a la varianza de la cartera, debemos considerar la covarianza de los retornos esperados entre la cartera y el mercado. Si dividimos esta covarianza por la varianza del mercado, obtendremos el componente de riesgo sistemático de la cartera (López C. , 2011)

La fórmula para obtener la SML será:

$$(R_A - R_f) = \frac{R_m - R_f}{\sigma_m} * \frac{Cov_{Am}}{\sigma_m}$$

Donde:

RA = Retorno esperado del activo A

Rm= Retorno esperado del mercado

Rf = Tasa libre de riesgo

COVAm = covarianza de los retornos esperados entre el activo A y la cartera de mercado

σm = Desvío estándar de los retornos del mercado

De acuerdo a López, (2011) la SML puede ser utilizada para encontrar aquellos activos que estén mal valuados, por ejemplo, si se encuentra por encima de la recta SML, es decir que el precio de dicho activo esta subvaluado. Esto significa que podemos obtener retornos mayores comprando este activo hasta el momento que el precio empiece a subir hasta equilibrar el nivel. Del mismo modo si encontráramos un activo B que se encuentra por debajo de la recta SML, este activo ser vendido hasta que el precio baje y los retornos se encuentren en equilibrio sobre la recta SML (López C. , 2011).

1.5 Modelo CML

La línea CML relaciona la rentabilidad y la volatilidad de una cartera, en esta línea se encuentran todas las carteras óptimas formadas por la cartera de mercado y el activo libre de riesgo, es tangente a la frontera eficiente.

La Línea del mercado de capitales (Capital Market Line) es la línea tangente trazada desde la rentabilidad del activo libre de riesgo hasta la región factible de las carteras de mercado en su frontera eficiente. Todos los inversores racionales deben mantener sus activos de riesgo en esa proporción, a esto se le llama punto de tangencia que representa a la cartera de mercado. Por tanto, las alternativas de inversión eficientes para el inversor serían la CML hasta el punto de tangencia y la Frontera Eficiente del Mercado de ahí en adelante, en función del riesgo que esté dispuesto a asumir (Pérez, 2010).

Habrá inversionistas más moderados quienes utilizaran una porción del capital que tienen ubicado en un portafolio de mercado M como un préstamo. De la misma manera existen inversores que se arriesgarán más y pedirán prestado con el propósito de colocar en la cartera de mercado un gran aumento que será mucho mayor a su capital inicial. A pesar de sus decisiones todos los inversores se encontrarán sobre la línea de mercado de capitales (capital market line) más conocida como CML. Los portafolios que se situarán en dicha recta serán únicamente las eficientes, mientras que las restantes o títulos que se consideran aislados, lo harán por debajo de ella (Mascareñas, 2012).

La línea de mercado de capitales tiene relación entre la rentabilidad y el riesgo para carteras eficientes compuesta por la cartera de mercado y el préstamo o endeudamiento.

El modelo CML está caracterizado de la siguiente manera:

- ✓ La ordenada en el origen (Rf) es el tipo de interés libre de riesgo.
- ✓ La correlación entre la rentabilidad esperada y el riesgo asociado está representada por la pendiente de la CML.

Medina, (2003) Menciona que debido a que los inversores pueden prestar y tomar prestado a la tasa libre de riesgo, los inversores pueden lograr tasas de retorno superiores a los del modelo de Markowitz según el nivel de riesgo que estén dispuestos a tomar.

Además, en este artículo se menciona que todas las carteras sobre la recta CML son preferidas a las carteras sobre la recta AMB, debido a que las mismas tienen un retorno esperado mayor para cada nivel de riesgo dado. Esto se da en todas las carteras excepto la cartera de mercado M, que es junto el punto de tangencia entre la frontera eficiente de Markowitz y la recta CML. Todos los inversores podrán ubicarse en cualquier punto de la recta combinando la cartera de mercado y prestando o tomando prestado a la tasa libre de riesgo. Una vez encontrada la recta de mercado los inversores podrán satisfacer las preferencias en cuanto a riesgo utilizando el supuesto del modelo de tomar y prestar en forma irrestricta a la tasa libre de riesgo (Medina, 2003).

1.5.1 Cálculo Retornos Esperados.

Para cualquier cartera sobre la Capital Market Line, el retorno esperado sobre el retorno libre de riesgo ser· calculado de la siguiente manera:

$$(R_i - R_f) = \frac{R_m - R_f}{\sigma_m} * \sigma_p$$

Donde:

R_i = Retorno esperado de la cartera

R_m= Retorno esperado del mercado

R_f = Tasa libre de riesgo

σ_p = Desvío estándar de los retornos de la cartera

σ_m = Desvío estándar de los retornos del mercado

Cuanto más grande sea el desvío estándar de los retornos de la cartera, más grande ser el retorno esperado por encima de la tasa libre de riesgo, dado un nivel de riesgo y retorno de la cartera de mercado.

1.5.2 Diferencias entre SML y CML.

- La SML es una derivación lógica de la CML y en definitiva una generalización, en tanto que la SML formula la correlación del equilibrio existente de la rentabilidad y el riesgo de los diferentes tipos de activos ya se trate de individuales o de carteras, mientras q la CML se refiere únicamente a carteras eficientes en las que se incluye la posibilidad de endeudarse o prestar (Peña, 2014)
- La CML mide portafolios eficientemente diversificados. (rendimiento-riesgo)
- La SML mide activos individuales. (Rendimiento - B)

1.6 Modelo ATP

Milla, (2011) dice que el modelo APT fue propuesto por Ross (1976) como una alternativa al CAPM y su formulación surge de la consideración de la inexistencia de arbitraje en un mercado eficiente. Ross señala que la rentabilidad de un activo puede ser expresada siguiendo un modelo multifactorial de la siguiente forma:

$$Ke_i = \alpha_i + \sum_{j-1}^{n} \lambda_j \beta_{ij} + \varepsilon_i$$

El ATP permite modelar las líneas de transmisión de diferentes maneras. Las limitaciones de un modelo sencillo pueden hacer inservible una simulación. Se recurre entonces a modelos más rigurosos, suponiendo que una mayor complejidad trae aparejada una mejor representación. Pero esto dependerá del fenómeno que se quiere simular (Hevia, 2012).

Por causa de influencias externas existe un rendimiento por cada una de las acciones las que son dependientes de distintos elementos macroeconómicos y, de varios desarrollos concretos de cada una de las empresas. De esta manera existen dos principios de riesgo para cada una de las acciones. Una de ellas no puede ser eliminada mediante la diversificación ya que procede de los resultados macroeconómicos. Gracias a probables acontecimientos que son determinados por cada empresa es que existe la segunda fuente de riesgo. Es por ello que el riesgo macroeconómico afecta a la prima de riesgo de unas acciones esperada y no se ve afectado por un riesgo concreto (Mascareñas, 2008).

1.6.1 Supuestos del modelo ATP.

De acuerdo con Czerwinsici, (2014) el ATP tiene los siguientes supuestos:

- Para describir el rendimiento esperado de una cartera o un activo se utiliza un modelo multifactorial.
- Un riesgo específico puede ser ignorado cuando se tiene una cartera muy bien diversificada, ya que el inversor busca maximizar sus beneficios, minimizando sus riesgos.
- Los precios de activos se encuentran en equilibrio porque no existe oportunidad de arbitraje, es por esa razón que los mercados son eficientes.
- Conociendo el número de los factores y cuáles son, se podría testear el modelo.

Czerwincisi, (2014) Menciona que no hay oportunidad de arbitraje en las dos suposiciones consideradas en extremo realistas y que se pueden implementar en la práctica, ya que algunos factores generan rendimientos de un activo

1.6.2 Modelo matemático de ATP.

En el artículo de Mascareñas, (2012) Manifiesta que la ATP de la prima por el riesgo esperado (k_e - R_f) de una acción debe depender de la prima por el riesgo asociada con cada factor macroeconómico en particular y la sensibilidad de la rentabilidad del activo en relación con cada factor ($ß_i$). O expresado de otra manera, el rendimiento esperado de un título cualquiera (k_e) es igual a:

$$k_e = R_f + ß_1\lambda_1 + ß_2\lambda_2 + \ldots + ß_n\lambda_n$$

Donde:

Rf es el rendimiento del activo sin riesgo y las $\boldsymbol{\lambda_i}$ muestran las primas de riesgo asociadas con cada factor en particular ($\lambda_i = E_i - R_f$). La APT tendrá una utilidad para el inversor siempre que éste pueda:

a) identificar un número razonable de factores macroeconómicos,
b) medir la prima de riesgo esperada en cada factor y

c) medir la sensibilidad del rendimiento del activo con relación a cada factor.

Una vez definidos los factores pasaríamos a calcular un modelo de regresión multivariante a través del que obtendríamos las betas de cada factor. Calculadas éstas podríamos obtener el valor del rendimiento esperado de cada acción, es decir, su coste de oportunidad del capital (Mascareñas, 2012).

2 CAPÍTULO II

VALOR EN RIESGO

2.1 Concepto de Valor en Riesgo

El valor en riesgo o también conocido como VaR registra una cartera en un intervalo de tiempo y con un nivel de probabilidad o confianza estimando la perdida máxima, ya que es una medida estadística de riesgo de un mercado. Así mismo es importante destacar que el VaR es válido solo en condiciones normales de mercado, ya que en momentos de crisis y turbulencias la perdida esperada se define por pruebas de stress o valores externos (Lara, 2005).

De acuerdo con el artículo de Banco Bilbao Vizcaya Argentina, (2015) el VaR se trata de un método para cuantificar la exposición al riesgo de mercado, utilizando técnicas estadísticas tradicionales. Partamos de la base de que los agentes económicos de hoy enfrentan riesgos de diferente naturaleza, como por ejemplo de crédito, de mercado, de liquidez, operacional, legal, etc. El Valor en Riesgo vendría a medir la pérdida que se podría sufrir en condiciones normales de mercado en un intervalo de tiempo y con un cierto nivel de probabilidad o de confianza.

La técnica del Valor en Riesgo (VaR), es una metodología que permite homogeneizar el cálculo de los diferentes riesgos que acontecen en una empresa. Si el riesgo se define como la probabilidad de obtener un resultado diferente al esperado, los factores de los que dependerá serán, la posición de la entidad, el factor de riesgo considerado y el período de tiempo de cálculo. De esta forma, el VaR pretende establecer cuantitativamente en unidades monetarias el riesgo, definiéndolo como la pérdida máxima probable en una posición, durante un intervalo concreto, según las condiciones del mercado donde se negocia el factor de riesgo (López I. , 2018).

Además, (López I. , 2018) señala que el VaR se entiende de diferentes formas, y cada una compone una definición:

- El importe máximo del capital que se podría perder en cierto período de tiempo para un determinado nivel de confianza.
- Un VaR monetario genera cierto proceso numérico, estadístico o matemático.
- El VaR tiene distintos métodos y conjuntos de procesos los cuales aprueban una estimación del valor monetario de riesgo.
- Además, tiene una reestructuración de entidades y de las posiciones gracias a una técnica de gestión del riesgo, que será medido en términos del VaR.

2.2 Metodologías para el cálculo del VaR

El valor en riesgo se puede calcular mediante dos métodos:

1) **Métodos paramétricos**

   Lara, (2005) Señala que tienen como característica el supuesto de que los rendimientos del activo en cuestión se distribuyen de acuerdo con una curva de densidad de probabilidad normal.

   Así mismo se muestran varios métodos para el cálculo del VaR de los cuales se habla principalmente del método histórico, matriz de varianza y covarianza y método Montecarlo.

2) **Métodos no paramétricos**

   Este consiste en utilizar una serie histórica de precios de la posición de riesgo para construir una serie de tiempo de precios o rendimiento simulados o hipotéticos, suponiendo que se ha conservado el portafolio durante un periodo de tiempo de dicha serie histórica (Lara, 2005).

2.2.1 Método Histórico.

El VaR histórico o por simulación se trata de un método para estimar el VaR que utiliza datos históricos; el VaR por simulación histórica es una de las formas del cálculo del VaR, siempre un poco más laboriosa que el VaR paramétrico y menos precisa que el VaR por simulación de Montecarlo**.** Se trata de aplicar a la cartera de activos financieros, variaciones históricas del precio de los títulos para generar escenarios contrastables con la posición inicial (conocida como spot en inglés), generando diferentes posibles resultados simulados a partir de los cuales se obtendrá el VaR (Peiro, 2015).

Así mismo, Peiro, (2015) indica las formas de calcular el VaR por el método histórico el cual se empieza de la siguiente manera.

- Ordenando y acoplando desde años anteriores la rentabilidad más alta a la rentabilidad más baja.
- Luego se identifica los datos con rentabilidad más baja del 5%, la rentabilidad mayor de ciertos porcentajes bajos será el VaR.

Para calcular el VaR histórico se necesita los precios históricos de los títulos. Por tanto, una serie histórica mayor (por ejemplo 5 o 10 años) dará resultado a mayores resultados simulados y por tanto será más precisa que una serie histórica de 3 meses.

Este modelo histórico asume que las rentabilidades obtenidas en el pasado se van a repetir en el futuro, esta es la principal desventaja al calcular el VaR (Peiro, 2015).

De igual manera Novales, (2016) utiliza una gran cantidad de datos históricos para estimar el VaR, pero hace el mínimo de supuestos acerca de la distribución de probabilidad seguida por las rentabilidades de los factores. Supone que todas las variaciones futuras posibles en los precios de los activos ya se han observado en el pasado. Esto impone restricciones no muy realistas en los datos.

2.2.2 Método Matriz de varianza covarianza.

Cabedo & Moya, (2003) Asume que el Valor en Riesgo es proporcional a la desviación típica del rendimiento de la cartera, calculada en base a información histórica. En concreto, la expresión a utilizar para el cálculo de dicho Valor en Riesgo en un momento del tiempo t (VAR_1) es la siguiente:

$$VaR_t = \emptyset \cdot \sqrt{\tau} \cdot \sigma_{pt}$$

Donde:

- $\emptyset$ este parámetro depende del grado de confianza estadística que se desee lograr con la medida
- σ_{pt} representa a la desviación típica de la variación en el valor de la cartera, para un determinado período de tenencia y
- τ es el período de tenencia o mantenimiento relevante en la situación concreta. Este último parámetro será igual a uno siempre que coincida el período de tenencia para el cual se desee calcular el VaR y el utilizado para la determinación de la desviación típica de la cartera (Cabedo & Moya, 2003).

Por otro lado, si, como es habitual, se asume un comportamiento normal, el parámetro $\emptyset$ será el que se obtenga de la función de densidad de dicha distribución, para el nivel de fiabilidad estadística predeterminado (Cabedo & Moya, 2003).

Por otra parte Cabedo & Moya, (2003) señala que de acuerdo con lo aportado por los trabajos que se han ocupado de la cuantificación del Valor en Riesgo, básicamente existen cuatro posiciones o hipótesis de partida, que dan lugar a sendas metodologías aplicables para la realización de predicciones futuras sobre la varianza de una cartera:

- ✓ Asumir que la varianza permanece constante en el tiempo. En este caso la expresión para el cálculo de la desviación típica (varianza) es su fórmula convencional:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{1}{k-1} \cdot \sum_{s=t-k}^{t-1} (x_{ps} - \mu_p)^2}$$

En el cual:

- σ_p es el valor de la desviación típica de la cartera, que se supone permanece constante;
- x_{ps} representa el rendimiento de dicha cartera en el momento
- s, anterior en el tiempo al momento en que se efectúa el cálculo de la varianza;
- k es la extensión del período histórico considerado para el cálculo de la desviación típica; y
- $\mu_p$es el valor promedio del rendimiento de la cartera, calculado en base a información histórica.

✓ Asumir que dicha varianza varía a lo largo del tiempo, considerando que toda la información histórica es igualmente relevante a la hora de predecir cuál será el comportamiento futuro de la varianza: En este caso, la expresión a utilizar para la predicción de futuros valores de la desviación típica es similar a la anterior, pero sin asumir un valor constante para dicha desviación típica.

$$\sigma_{pt} = \sqrt{\frac{1}{k-1} \cdot \sum_{s=t-k}^{t-1} (x_{ps} - \mu_{pt})^2}$$

Sujeto a:

- σ_{pt} es el valor de la desviación típica de la cartera, calculada al inicio del período
- t en base a información histórica,
- y el resto de variables tienen idéntico significado al de la expresión anterior.

✓ Asumir que la varianza no permanece constante a lo largo del tiempo, considerando que la información histórica es más relevante cuanto más próxima se encuentra al momento en el que se desea realizar la predicción de la varianza futura: medias móviles exponencialmente ponderadas. La expresión a utilizar para la estimación de la desviación típica (varianza) es la siguiente:

$$\sigma_{pt} = \sqrt{(1-\lambda) \cdot \sum_{s=t-k}^{t-1} \lambda^{t-s-1} \cdot (x_{ps} - \mu_{pt})^2}$$

En donde:

- λ es el denominado factor de importancia decreciente (decay foctor) que determina el ritmo al cual disminuye la importancia de las observaciones más alejadas en el tiempo,

- y el resto de variables tienen un significado similar al que se ha utilizado en las expresiones anteriores

✓ Asumir que la varianza no permanece constante a lo largo del tiempo, considerando que su evolución puede modernizarse mediante un modelo de heteroscedasticidad condicional autorregresiva (ARCH). La expresión general a utilizar para la determinación de la varianza viene dada por:

$$\sigma_{pt}^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \, \varepsilon_{pt-j}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \, \sigma_{pt-j}^2$$

En el que:

- $\alpha_k \beta_j (k = 0, \dots, q, l = 1, \dots, p)$ son los parámetros del modelo;
- ε_{pt} son los errores de estimación;
- *p* y *q* los retardos considerados;
- y el resto de variables tiene un sentido análogo al de expresiones anteriores

2.2.3 Método Montecarlo

Malagón, (2010) Detalla que la simulación por Montecarlo se ha utilizado durante décadas para modelar todo tipo de fenómenos complejos desde el diseño de reactores nucleares, exploración de pozos petrolíferos, mecánica cuántica, econometría y es útil también para modelar el comportamiento de activos de los que carecemos de información histórica o para los que siguen distribuciones muy diferentes a la normal.
Al igual Malagon, (2010) señala que la simulación consiste en generar una serie de escenarios aleatorios y evaluarlos en el portafolio, a diferencia de considerar la información histórica de las series de rentabilidades como se hacía en la simulación histórica y el método paramétrico

Por otra parte, se expresa que el método de Montecarlo es un método de simulación que permite calcular estadísticamente el valor final de una secuencia de sucesos no deterministas (sujetos a variabilidad), como es el caso del plazo o el coste de un proyecto. En la práctica este análisis consiste en ejecutar varias veces los diferentes sucesos variando aleatoriamente su valor en función de la función estadística que los define, dando como resultado un conjunto de valores finales. Este conjunto de valores permite calcular el valor medio y la variabilidad para el conjunto (Garriga, 2015).

Así mismo Vergara & Ochoa, (2009) expone que la principal razón para recurrir al método Montecarlo para pronosticar el VaR es su flexibilidad, la cual permite modelar adecuadamente todos los factores de riesgo que pueden afectar el valor de un activo o un portafolio, realizar simulaciones a plazos amplios e incluir las interrelaciones entre los activos del portafolio. El método Montecarlo posibilita, mediante la generación de secuencias de números aleatorios, obtener distribuciones de valores esperados de la variable simulada, en este caso el VaR.

Para el cálculo del VaR a través de este método se siguen los siguientes pasos:

- ✓ Se crean escenarios con las adecuadas estimaciones de volatilidades y correlaciones para los activos de la cartera, además suponiendo modelos de distribución de precios.
- ✓ A continuación, se hace una valoración para cada escenario de precios.
- ✓ Por último, se presenta los resultados como distribución de las probabilidades de las pérdidas y ganancias de la cartera o también como una medida específica del riesgo VaR.

2.3 Estudios Previos

- ✓ Este método de varianza y covarianza fue aplicado a través de los mercados Kronecker en diferentes tipos de modelos escogidos de dos y tres vías con estudios en R; el **Objetivo** es presentar una metodología basada en el concepto de productos Kronecker que facilita la construcción de la matriz de varianzas y covarianzas para diseños con estructura balanceada de datos a 2 y 3-vías y una aplicación realizada en R para facilitar su cálculo y aplicación en diferentes áreas. **Materiales y métodos.** Se proporciona un punto de partida para personas interesadas en utilizar R en el análisis de varianza. **Resultados.** Se utiliza una aplicación realizada en R donde se desarrolla la metodología basada en productos Kronecker mediante la cual se construye la matriz de varianzas y covarianzas cuando se trabaja en diseños con estructura balanceada de datos desarrollada por Moya 2003. De igual forma se presenta una aplicación del método con datos reales. **Conclusiones.** La metodología expuesta permite agilizar el desarrollo y solución de algunos problemas prácticos. El método propuesto puede ser aplicado a modelos mixtos con efectos fijos o aleatorios con cualquier número de factores (Moya & Rueda, 2011).

- ✓ El método Montecarlo fue aplicado en el siguiente artículo: “Una Aplicación del Método de Monte Carlo en el Análisis de Riesgo de Proyectos: Su automatización a través de una planilla de cálculo”; obteniendo como una introducción que es una herramienta de investigación y planeamiento; básicamente es una técnica de muestreo artificial, empleada para obtener numéricamente sistemas complejos que tengan componentes históricos. Para la aplicación de este método se realizan diversas simulaciones donde, en cada una de ellas, son generados valores aleatorios para el conjunto de variables de entrada y parámetros del modelo que están sujetos a incertidumbre. Tales valores aleatorios generados siguen distribuciones de probabilidades específicas que deben ser identificadas o estimadas previamente. Asimismo, Vale destacar que el concepto de simulación, adoptado en este trabajo, es el descripto en los estudios de Robert E. Shannon [1975] donde la Simulación es el proceso de diseñar y desarrollar un modelo computarizado de un sistema o proceso y conducir experimentos con este modelo, a fin de entender el comportamiento del sistema o evaluar varias estrategias con las cuales se puede operar el sistema; como una conclusión del trabajo realizado queda que, cuando se parte de un modelo simple, se cuentan con las herramientas necesarias y se posee el suficiente conocimiento como para poder utilizarlas; el administrador tiene en sus manos todos los elementos que se requieren para poder crear buenos Sistemas de Soporte de Decisiones. En este artículo también se deja demostrando, que no se precisan ni grandes recursos, ni grandes equipos de trabajo para llevar adelante un Proyecto Informático (Pepe & Périssé, 2006).

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA, DATOS Y COMPAÑÍAS

3.1 Tipo y Diseño de la Metodología

Para la aplicación de la metodología de esta investigación se utilizaron los siguientes métodos.

Método Cuantitativo

Para una metodología cuantitativa se utilizan datos cuantificables, los que se obtiene mediante varias observaciones y de ciertas medidas. Para este análisis de datos, se procede mediante cálculos estadísticos, identificación de variables y patrones constantes, a partir de los cuales elabora los resultados y las conclusiones del trabajo de investigación (Significados, 2018).

Método Analítico

Este método es un camino para llegar a un resultado mediante la descomposición de un fenómeno en sus elementos constitutivos. De la misma manera es aquel método de la investigación que consiste en la desmembración de un todo, descomponiéndolo en sus partes o elementos para observar las causas, la naturaleza y los efectos. Este método nos permite conocer más del objeto de estudio, con lo cual se puede: explicar, hacer analogías, comprender mejor su comportamiento y establecer nuevas teorías (Babaresco, 2013).

Método Descriptivo

Este método se refiere a la busca de un conocimiento inicial de la realidad que se produce de la observación directa del investigador y del conocimiento que se obtiene mediante la lectura o estudio de las informaciones aportadas por otros autores. Se refiere a un método cuyo objetivo es exponer con el mayor rigor metodológico, información significativa sobre la realidad en estudio con los criterios establecidos por la academia (Abreu, 2014).

Método Explicativo

Según Garcia & Ibarra, (2012) este método está regido a responder por las causas de los eventos y fenómenos físicos o sociales. Explica por qué sucede un fenómeno y como se muestra, o por qué depende de dos o más variables.

3.2 Técnicas de recolección de información

Para la realización del presente trabajo de fin de titulación se escogió una muestra de 15 empresas las cuales conforman el sector utilities, datos tomados de diferentes países como son USA, Canadá y Hong Kong las mismas que cotizan en la Bolsa de Valores, las cotizaciones recogidas de cada compañía fueron tomadas desde el portal de Yahoo Finanzas; para realizar el análisis se utilizó un periodo de 10 años, los que son tomados de los cierres diarios de las cotizaciones de cada una de las empresas, dando inicio desde el 03/01/2005 hasta el 31/12/2015, de igual manera para el análisis de los dos métodos aplicados en este estudio se tomó como base una inversión de $1000000.

3.3 Unidad de análisis (Datos y Compañías)

En la siguiente tabla se muestra las empresas que forman parte de la base de datos para calcular las carteras de inversión con las distintas funciones de optimización (maximizar la rentabilidad, minimizar el riesgo y maximizar el Ratio Sharpe), asimismo determinando las rentabilidades de cada una de las carteras, como también el riesgo de la cartera diaria, los métodos usados como el histórico y el de varianza-covarianza. En la siguiente tabla se muestra las compañías que fueron muestra para este estudio.

Tabla 1. 15 Compañías

	Nombre de las Compañías	Actividad a la que se dedican
ALE	ALLETE, Inc.	Proveedor de energía.
AVA	Avista Corporation	Producción, transmisión y distribución de energía.
ES	Eversource Energy	Servicio de electricidad gas y agua.
EXC	Exelon Corporation	Genera energía, ventas competitivas de energía, transmisión y entrega.
FCEL	FuelCell Energy, Inc.	Suministro, recuperación y almacenamiento de energía.
NI	NiSource Inc.	Servicio de gas natural y electricidad
NRG	NRG Energy, Inc.	Generador y proveedor de energía.
OTTR	Otter Tail Corporation	Proporciona servicios de electricidad y energía.
PEG	Public Service Enterprise Group Incorporated	Transmisión de electricidad y distribución de electricidad y gas natural.
PNM	PNM Resources, Inc.	Proporciona servicios de electricidad.
SER	Sempra Energy	Servicios públicos de gas natural.
TAC	TransAlta Corporation	Generador de energía y comercializador mayorista de electricidad.
UGI	UGI Corporation	Opera servicios de gas natural y electricidad.
UTL	Unitil Corporation	Distribución de electricidad y gas natural local.
VVC	Vectren Corporation	Distribución y transporte de gas natural y servicios de transmisión y distribución eléctrica.

Fuente: Yahoo Finanzas.
Elaboración: La Autora.

A partir de los datos de las 15 empresas se procedió a formar carteras de 5, 10 y 15 activos para los cuales fueron seleccionadas de manera sistemática tomando en cuenta de mayor rendimiento a menor rendimiento para las carteras de 5 y 10 activos, en cambio para la cartera de 15 activos se tomó todos los activos de estudio para realizar los respectivos análisis y comparaciones de estas empresas que ayudara a una mejor inversión de acuerdo a su rentabilidad y al riesgo asumido.

3.3.1 Variables para utilizar en la investigación.

Para el desarrollo de la optimización de las diferentes carteras se utilizaron tres enfoques principales los cuales fueron determinados por Markowitz, a continuación, se describe cada una de las fórmulas utilizadas para maximizar la rentabilidad, minimizar el riesgo y maximizar del ratio Sharpe.

3.3.1.1 Optimización de las Carteras.

- **Fórmula para maximizar la rentabilidad**

Para maximizar la rentabilidad esta formulado así:

$$MaxR_p$$

Sujeto a;

$$W_1 \geq 0$$

$$\sum W_1 = 1$$

- **Fórmula para minimizar el riesgo**

En cuanto a la minimización del riesgo se detalla a continuación:

$$Min\ \sigma\ 2$$

Sujeto a;

$$W_1 \geq 0$$

$$\sum W_1 = 1$$

- **Fórmula para maximizar el Ratio Sharpe**

Así mismo se detalla a continuación la fórmula para la maximización del Ratio Sharpe

$$MaxSp_p = \frac{R_p - R_f}{\sigma p}$$

Sujeto a;

$$W_1 \geq 0$$

$$\sum W_1 = 1$$

Para la tasa libre de riesgo se tomó una tasa de interés de 2.97% los cuales son los bonos de tesoro estadounidense.

3.4 Cálculo del VaR

Para la aplicación de la metodología de la optimización de las carteras se procedió a la realización de ponderaciones, las cuales están subdivididas en un modelo de maximización de la rentabilidad, uno de la minimización del riesgo y uno de la maximización del Ratio de Sharpe. Para el desarrollo de la optimización como primer paso dentro de la base de datos se procedió al cálculo del rendimiento promedio de los activos. Luego de esto se procede con los cálculos de los promedios de todos los activos da cada una de las empresas, de igual manera se hace un procesamiento de datos recogidos de todas las compañías, para obtener la varianza y desviación típica. En la tabla 2 se muestra los resultados de estos cálculos.

Tabla 2. Promedios, varianza y desviación típica de los activos de las 15 empresas

	ALE	AVA	ES	EXC	FCEL	NI	NRG	OTTR	PEG	PNM	SER	TAC	UGI	UTL	VVC
PROMEDIO	0,000286	0,000410	0,000503	-2,8663E-06	-0,00115	0,000470	-0,000121	0,000199	0,000342	0,000213	0,000478	-0,000284	0,000456	0,000299	0,000352
VARIANZA	0,000182	0,0001815	0,00017	0,000271991	0,00213	0,0002134	0,000584	0,000352	0,000257	0,000427	0,000206	0,000338	0,000196	0,000164	0,000164
DESVIACIÓN TÍPICA	0,013502	0,0134713	0,013033	0,016492156	0,046149	0,0146099	0,024161	0,018768	0,016024	0,020662	0,014339	0,018388	0,013986	0,012806	0,012821

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

A continuación, se procede a desarrollar la matriz de varianza poblacional la cual es calculada en base a todos los activos de cada empresa, utilizando la herramienta análisis de datos como se muestra en la figura 1 que se localiza en la hoja de cálculo Excel.

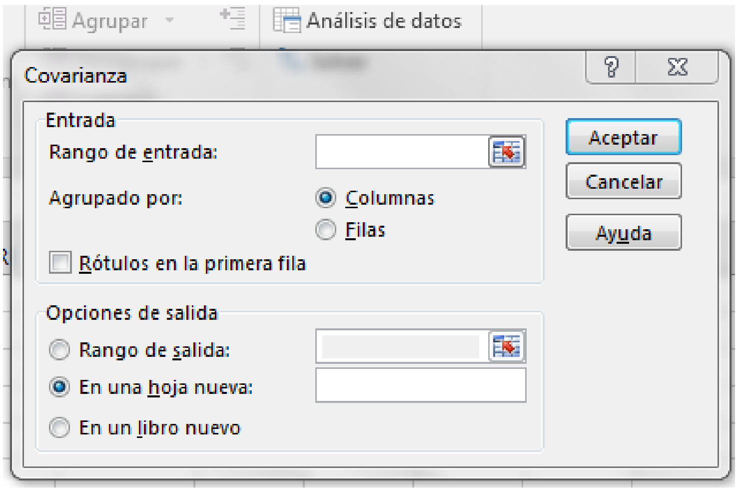

Figura 1. Herramienta análisis de datos para el cálculo de la varianza poblacional
Fuente: Hoja de cálculo Excel.
Elaboración: La Autora.

Una vez obtenida la matriz de varianza poblacional, (ver anexo 1, 3 y 5) se procede a realizar el cálculo de la matriz de la varianza muestral que es calculada de los datos de la varianza poblacional utilizando el factor de conversión (1,000361) este dato es calculado en base al total de observaciones que son (2768/2767), de igual manera estas matrices se encuentran reflejadas en los anexos 2, 4 y 6. En la siguiente tabla se refleja el procedimiento para obtener la varianza muestral.

Tabla 3. Matriz de varianza muestral

matriz varianzas poblacional

	AVA	*ES*	*NI*	*SER*	*UGI*
AVA	0,000181409	0,0001169	0,0001307	0,00012486	0,0001166
ES	0,000116856	0,0001698	0,0001283	0,000128188	0,0001129
NI	0,000130706	0,0001283	0,0002134	0,000142677	0,0001292
SER	0,00012486	0,0001282	0,0001427	0,000205544	0,0001243
UGI	0,00011659	0,0001129	0,0001292	0,000124274	0,0001955

matriz varianzas muestral

	AVA	*ES*	*NI*	*SER*	*UGI*
AVA	=L5*K22	0,0001169	0,0001308	0,000124905	0,0001166
ES	0,000116899	0,0001699	0,0001283	0,000128235	0,0001129
NI	0,000130754	0,0001283	0,0002134	0,000142728	0,0001293
SER	0,000124905	0,0001282	0,0001427	0,000205618	0,0001243
UGI	0,000116632	0,0001129	0,0001293	0,000124319	0,0001956

factor de conversión

1,0003614

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

Para continuar con el desarrollo de las optimizaciones de las carteras se procede a calcular los pesos, los cuales son obtenidos a partir de la muestra de las empresas a analizar, el cálculo para estos pesos se los desarrolla de acuerdo al total de activos a analizar por ejemplo (1/5) para las ponderaciones de 5 activos (1/10) para las de 10 activos y (1/15), donde 15 es el total de empresas que conforman la base de datos descargada, posteriormente se procede a la utilización del solver el que nos apuntara que empresa es la que tiene mayor rendimiento y cuál es la de menor rendimiento (ver anexos 7, 8 y 9). En la figura 3 se muestra la herramienta solver utilizada de la hoja de cálculo Excel.

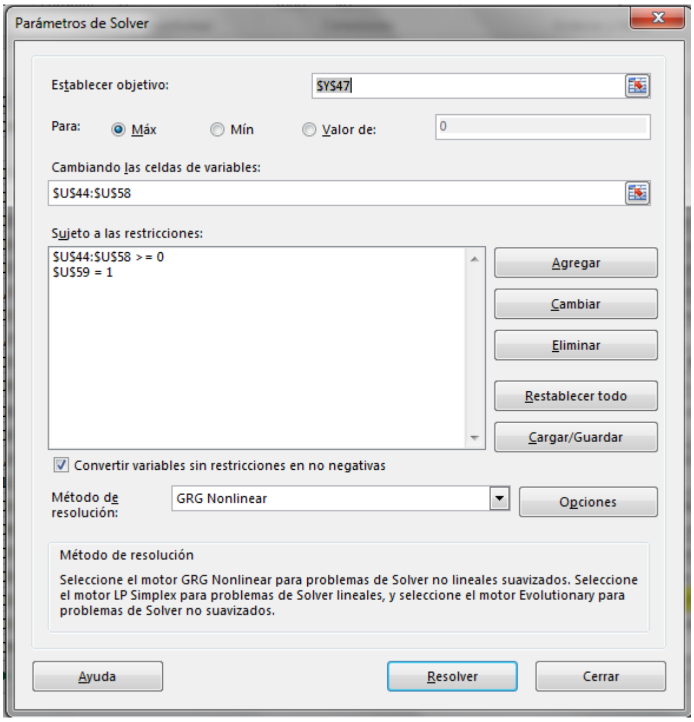

Figura 2. Logaritmo solver
Fuente: Hoja de cálculo Excel.
Elaboración: La Autora.

A partir de la matriz poblacional y la matriz de varianza muestral ya obtenidas y de los pesos calculados se continua con el cálculo de la varianza de la cartera que se obtiene mediante la función MMULT, la rentabilidad de la cartera obtenida de la combinación de los pesos y de todos los datos de las compañías, la desviación típica se obtiene de la raíz de la varianza de la cartera; para el tipo de letra tesoro se utiliza una variable descargada desde el internet siendo la tasa más relevante para Estados Unidos que tiene una rentabilidad anual del 2,97% la cual es dividida para los días laborables (250) y este resultado es una de las constantes que servirán para obtener el Ratio Sharpe, por último se procede a hacer una resta entre la rentabilidad de la cartera y el tipo de letra tesoro obtenido anteriormente todo esto dividido para la desviación típica el resultado será el Ratio Sharpe.

Tabla 4. Cálculo del VaR

Cálculo inter varianza	-	-	-	-	_-
Varianza cartera	-				
Rentabilidad de cartera	-				
Desviación típica	-				
Tipo letra tesoro	-				
Ratio Sharpe	-				

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

3.4.1 Método Histórico.

Para los cálculos del método histórico son a partir de la rentabilidad diaria de la cartera de cada una de las empresas la cual es calculada de acuerdo con los pesos y valores diarios de las empresas utilizando la función de Excel SUMAPRODUCTO; primeramente se procede al calculó del número de observaciones utilizando la función CONTAR de la hoja de cálculo Excel dando un resultado de 2768 observaciones; la rentabilidad diaria de la cartera también se la utiliza para el cálculo del mínimo retorno diario, máximo retorno diario, y promedio de retorno diario utilizando las distintas funciones de Excel, por ejemplo para el mínimo se utiliza la función MIN máximo la función MAX y para el promedio la función PROMEDIO estos cálculos servirá para encontrar los retornos diarios de cada una; el valor de distancia se obtiene a partir de una resta (máximo retorno diario - mínimo retorno diario), de igual manera para calcular las observaciones se utilizó la función REDONDEAR.MENOS con la cual se multiplico el nivel de confianza que es del 95% con el total de numero de observaciones; para el cálculo del VaR de retorno diario se utiliza la función de Excel K.ESIMO.MENOR el cual nos da la posición dentro del rango, una vez obtenido este resultado se procede a multiplicar con el valor inicial del inversor que en este caso es de $100000 y obtendremos el valor del VaR. En la siguiente tabla se encuentran las variables utilizadas para calcular el método histórico.

Tabla 5. Cálculo del Método Histórico

Método Histórico	
Número de observaciones	-
Mínimo retorno diario	-
Máximo retorno diario	-
Promedio de retorno diario	-
Distancia	-
Nivel de confianza	-
Menor 5% de observaciones	-
5% VaR de retorno diario	-
Valor inicial	-
5% VaR	-

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

3.4.2 Método Varianza-covarianza.

Por último, con el método varianza covarianza se deduce el 5% del VaR utilizando la rentabilidad de la cartera y desviación típica de los cálculos anteriores y para obtener el 5% del valor del VaR se obtiene de un importe de inversión que es de $1000000 multiplicado por el 5% del VaR.

Tabla 6. Cálculo del Método Varianza - Covarianza

Método varianza covarianza	
5% VAR	-
Importe de la inversión	-
5% Valor del VaR	-

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En el siguiente apartado se analizará los resultados obtenidos basados en los datos descargados del portal Yahoo! Finanzas, respecto a las cotizaciones diarias de las 15 empresas las cuales se ha tomado con un periodo de 10 años; para el cálculo de estas carteras de inversión se tomó como herramienta principal la hoja de cálculo Excel donde se obtuvo los resultados aplicando las diferentes fórmulas y herramientas para el procesamiento de datos pertinentes y su análisis respectivo; asimismo para el análisis de la participación de los activos se tomó una cartera de 5, 10 y 15 activos, en el cual se reflejara las diferentes optimizaciones siendo máxima rentabilidad, mínimo riesgo y la maximización ratio Sharpe; además se hará un análisis donde muestre las rentabilidades y los riesgos diarios de los portafolios con las distintas optimizaciones y las metodologías utilizadas, y que se aplicaron en este estudio del valor en riesgo.

4.1 Cartera con 5 Activos

La Figura 4 recoge los porcentajes de participación de los activos de las carteras

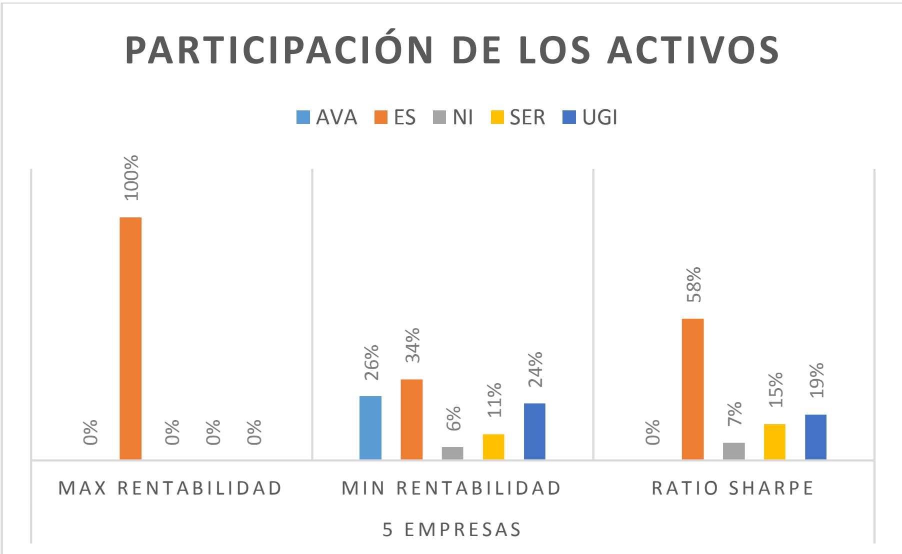

Figura 3. Frecuencia de participación de los activos de 5 empresas.
Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

En la figura 4 se observa que, en la máxima rentabilidad de las 5 empresas, la empresa que destaca a un (100%) es ES, significa que esta empresa tiene una mejor rentabilidad con respecto al resto de portafolios o a su vez que esta empresa posee una mayor posición en el mercado, en cuanto al mínimo riesgo se observa que al igual que en la maximización de rentabilidad la empresa ES ha obtenido el mayor nivel de riesgo con un 34% dando resultado a la teoría que nos dice a mayor riesgo mayor rentabilidad ya que esta empresa corre el mayor riesgo respecto a las empresas AVA (26%) y UGI (24%) de igual manera se concluye que ES será la mejor al momento de invertir en términos del riesgo por lo que es la más confiable dentro del mercado porque la inversión que ha expuesto esta empresa para la cartera es rentable, dentro del ratio Sharpe este se refiere a la relación rentabilidad – riesgo, se observa que la empresa ES tiene mayor porcentaje (58%) el cual significa que es mejor la rentabilidad en relación al riesgo que se ha tomado al momento de invertir.

4.2 Cartera con 10 Activos

La Figura 5 muestra los porcentajes de participación de los activos de 10 empresas

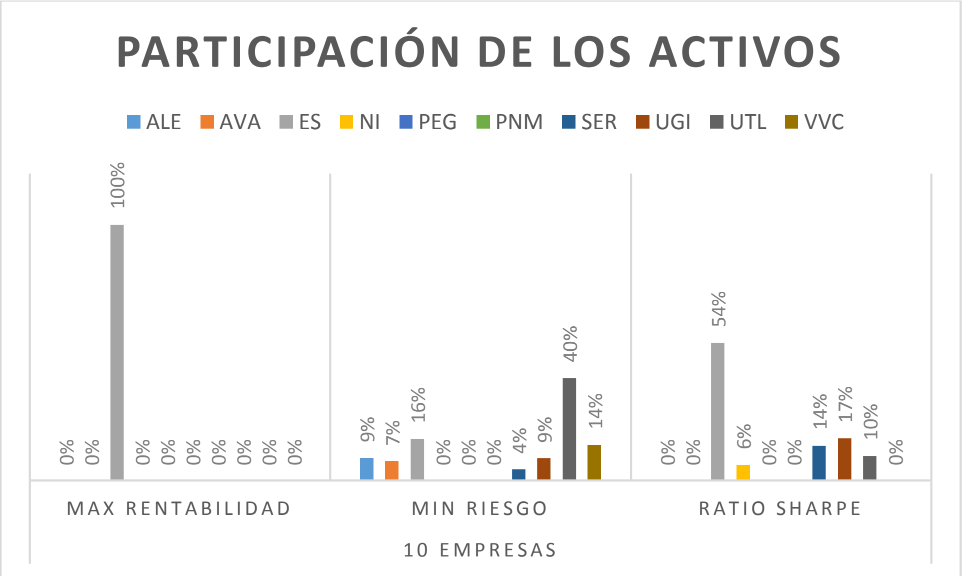

Figura 4. Frecuencia de participación de los activos de 10 empresas
Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

En la figura 5 se observa que, la maximización de la rentabilidad con 10 activos, al igual que en la cartera de 5 activos la empresa con mayor rentabilidad recae en la empresa ES con 100%, ya que esta empresa en relación al resto es la que obtuvo la máxima rentabilidad de los capitales invertidos en ella, al minimizar el riesgo se encuentra que ES tuvo un mínimo riesgo de 16%, muy bajo respecto a la cartera de 5 activos, esto es debido a que se diversifica el riesgo pasando de 5 a 10 activos, a diferencia de la empresa UTL que tiene un riesgo de 40% y no tiene rentabilidad por la mala distribución de sus activos; en cuanto al ratio Sharpe vemos que la empresa ES con 54% muestra que el inversionista tubo una mejor gestión del fondo de inversión puesto que ha conseguido una mayor rentabilidad por cada unidad que asumió el riesgo, es decir cuan mayor sea el ratio mejor es la rentabilidad en relación al riesgo que se invirtió.

4.3 Cartera con 15 Activos

En la Figura 6 se muestra los porcentajes de participación de los activos en 15 empresas.

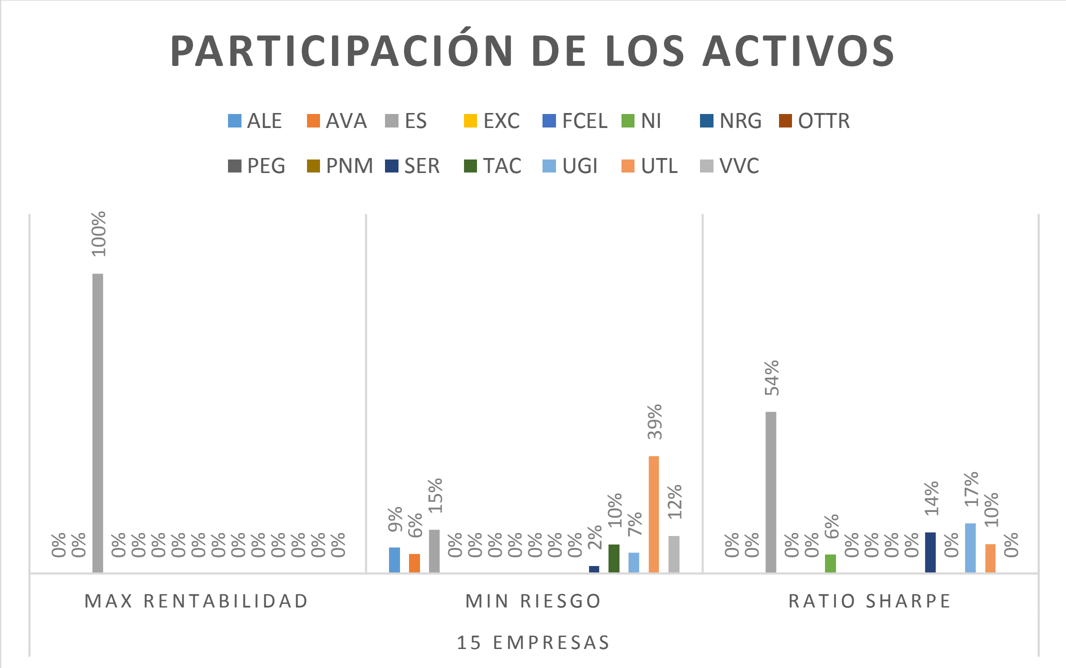

Figura 5. Frecuencia de participación de los activos de 15 empresas
Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

Asimismo, se observa que en la figura 6 la maximización de rentabilidad en 15 activos, la empresa que mayor a destacado ha sido ES con una rentabilidad del 100%, que concuerda con las carteras de 5 y 10 activos siendo la más atractiva para un inversor agresivo que desea maximizar la rentabilidad, ya que obtuvo la máxima rentabilidad de los capitales invertidos en ella, en cuanto al riesgo ES tiene un 15%, que significa que al invertir en más carteras el inversionista diversifico el riesgo ya que si se aumenta el número de activos los resultados cambian de manera significativa, a diferencia de la empresa UTL que tiene un riesgo del 39% la misma que no se refleja una rentabilidad este activo no efectúa uno de los criterios principales que es a mayor riesgo mayor será su rentabilidad, esto puede ser debido a la variación que hay en el mercado donde estas empresas efectúan sus actividades; dentro del ratio Sharpe a la empresa ES revela un 54% de rentabilidad en relación al riesgo siendo la misma empresa que ha tenido una mejor rentabilidad de la inversión que se ajusta al riesgo en las carteras de 5 y 10 activos, comparando fondos con riesgos diferentes para saber cuál es el mejor al momento de invertir.

En base a estos resultados, se llega a la conclusión que la mejor empresa para invertir será ES empresa que se dedica a dar servicio de electricidad, gas y agua ya que sus resultados son relevantes y los mejores en la maximización de rentabilidad, diversificando las carteras para minimizar el riesgo y obteniendo los mejores resultados de la rentabilidad en relación al riesgo.

4.4 Var Histórico Y Varianza-Covarianza, para las tres Carteras

En la siguiente tabla se encuentra las rentabilidades y los riesgos diarios de las carteras en las diferentes optimizaciones y las dos metodologías utilizadas para los cálculos de las diferentes carteras.

Tabla 7. Optimización y metodologías del valor en riesgo

	Máxima Rentabilidad			Mínimo Riesgo			Ratio Sharpe		
	5	10	15	5	10	15	5	10	15
Rentabilidad de la cartera	0,050%	0,050%	0,050%	0,046%	0,037%	0,030%	0,049%	0,047%	0,047%
Riesgo de la cartera diaria	1,303%	1,303%	1,303%	1,164%	1,001%	0,988%	1,199%	1,135%	1,135%
VaR Histórico	-1,977%	-1,977%	-1,977%	-1,750%	-1,519%	-1,522%	-1,826%	-1,709%	-1,708%
VaR Varianza-covarianza	-2,094%	-2,094%	-2,094%	-1,869%	-1,609%	-1,596%	-1,924%	-1,820%	-1,820%

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

En la tabla 6 se puede analizar las optimizaciones (máxima rentabilidad, mínimo riesgo y ratio Sharpe) de las diferentes carteras; en la máxima rentabilidad de 5, 10 y 15 activos hay una rentabilidad de la cartera idéntica de 0,050% para el mínimo riesgo, estas van disminuyendo desde la cartera de 5 activos con un porcentaje del 0,046% la cual tiene la mayor rentabilidad de la cartera, al momento de aumentar activos la cartera de 10 disminuye en 0,037% y la cartera de 15 activos disminuye en 0,030%; en el ratio Sharpe observamos que la cartera de 5 activos tiene un porcentaje de 0,049% la de 10 activos y la de 15 activos con el mismo porcentaje (0,47%) esto nos indica que al aumentar activos en la relación riesgo y rendimiento las carteras de 10 y 15 varían con respecto a la cartera de 5 activos.
En lo que respecta al riesgo de la cartera diaria, en las carteras de 5, 10 y 15 activos se obtiene iguales resultados en la máxima rentabilidad con un porcentaje del 1,303%, a diferencia del mínimo riesgo el cual en la cartera de 5 activos obtuvo un porcentaje del 1,164%, en la de 10 activos (1,001%) y en la de 15 activos (0,988%), es decir que la mejor cartera para determinar

el riesgo es la de 15 activos la cual tiene el menor riesgo y la misma rentabilidad en relación a las otras carteras. Asimismo, en el Ratio Sharpe se obtiene que la cartera de 5 activos obtuvo una mejor maximización del Ratio Sharpe (1,199%) en comparación con la cartera de 10 y 15 activos que adquirió un resultado de (1,135%), en otras palabras, nos indica que la mejor cartera para invertir respecto al riesgo de la cartera será la de 5 activos, ya que esta cartera a pesar de que tiene el mínimo riesgo más alto obtuvo la mayor rentabilidad dando así resultado a la teoría que dice a mayor riesgo que el inversor esté dispuesto asumir mayor será la rentabilidad, al igual que en el Ratio Sharpe que es mejor su rentabilidad en relación a la cantidad de riesgo que asumió el inversor.

En cuanto a los métodos que son aplicados en este estudio observamos que en el método histórico los índices designados para las carteras de 5, 10 y 15 activos las optimizaciones son iguales, a diferencia de la cartera de 5 activos cuyas estimaciones son de -1,977% para la máxima rentabilidad, -1,750% para el mínimo riesgo y -1,826% para el Ratio Sharpe, siendo así la mejor cartera para invertir la de 10 y 15 activos.

De la misma manera se analiza el método de varianza – covarianza, donde se refleja que en la cartera de 5 activos se ha obtenido el mismo porcentaje de -2,094% en las 3 optimizaciones, distinto a la minimización del riesgo que se obtuvo diferentes índices donde la máxima pérdida se ve reflejada en la cartera de 5 activos siendo -1,869% y su mínima perdida es de -1,609%, en cambio en el Ratio Sharpe las carteras de 10 y 15 tuvieron la mínima pérdida dando un resultado de -1,709% y su máxima pérdida de -1,924%; lo cual refleja que se ha tomado un mayor riesgo para la inversión en la cartera de 5 activos a diferencia de las carteras de 10 y 15 activos los cuales asumieron menor riesgo teniendo más probabilidades de un elevado retorno positivo.

Consecuentemente a los resultados obtenidos se muestra que el método de varianza – covarianza refleja más pérdidas que le método histórico, en las 3 carteras y en las 3 optimizaciones realizadas.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

- ✓ En base a los estudios realizados por Moya y Rueda (2011) en el cual hablan sobre el método varianza y covarianza, se concluye que estos métodos pueden ser aplicados a distintos modelos mixtos que pueden ser fijos o aleatorios sin importar el número de factores utilizados, en comparación con los resultados obtenidos en la investigación se puede decir que este método es aplicable para la realización de predicciones futuras sobre la varianza de una cartera.
- ✓ En base a lo expresado por los autores Moya y Rueda (2011) sobre el tema del método histórico, en el cual se dice que para obtener mejores resultados y más precisos se debe utilizar datos históricos de un periodo de 5 a 10 años, en este caso se ha tomado un periodo de 10 años y se puede observar que los resultados obtenidos varían en las diferentes optimizaciones y en la cartera de 5 activos frente a las carteras de 10 y 15 activos.
- ✓ En cuanto al método de varianza-covarianza la cual es calculada en base a información histórica, en donde su principal función es asumir que la desviación típica del rendimiento de la cartera se ajusta con el valor en riesgo, esto se refleja en los resultados de manera simultánea por sus porcentajes negativos, ya que a diferencia de otros autores sus resultados manifiestan valores positivos.

CONCLUSIONES

- De acuerdo con la teoría de Markowitz, que en la actualidad sigue vigente se determinó un conjunto de portafolios con diferentes activos de los cuales a partir de combinaciones de riesgo y rendimiento se obtiene una discusión sobre optimización de carteras, pero necesita modelos financieros matemáticos aplicados para optimizar entre ellos varianza – covarianza e histórico, es importante conocer los diferentes tipos de métodos para aplicar en una cartera de inversión financiera la cual nos dará el mejor resultado para invertir en nuevas acciones y lograr la mejor rentabilidad y así reducir el riesgo.
- Algunos inversores utilizan varias metodologías estándar para los cálculos y el análisis de la rentabilidad y el riesgo, entre ellos están los históricos y varianza – covarianza como también las optimizaciones, que detallan incluso el riesgo que está dispuesto a asumir para conseguir la mayor inversión, ya que cuenta con información que permite formar excelentes inversiones.
- En base a los datos recolectados y analizados se puede decir que la mayoría de los inversores trabajan a distintas escalas de riesgo para obtener una alta rentabilidad, el cual es necesario hacer una cesta o portafolio de inversiones entre 10 y 15 activos, ya que en general las carteras con menos activos muestran un mayor nivel de riesgo, es por eso por lo que mientras más activos conformen la cartera mejor serán sus resultados.
- Por otra parte, la optimización de las carteras en especial la maximización del ratio Sharpe permite cuantificar el riesgo frente a determinadas inversiones y asimismo ayuda a la evaluación y decisión que deben tomar los inversores para una nueva inversión, valorando el nivel de riesgo que se desee asumir para una alta rentabilidad.

RECOMENDACIONES

- Al momento de invertir se recomienda a los inversores un estudio previo de los distintos mercados donde desea invertir y tener conocimiento de cotizaciones del sector donde desea invertir, como también conocer sobre los métodos analíticos y estructurales que existen para obtener una mejor inversión y de esa manera lograr un buen objetivo de la maximización de su rentabilidad.
- Para las inversiones futuras proyectadas por los inversionistas es recomendable que se mantenga informado de los constantes cambios, ya que existen otros métodos más sofisticados, pero requieren información más calificada, y sobre todo conocer a fondo de las metodologías que se aplicaran para obtener una alta rentabilidad ya que llama mucho la atención, pero asimismo debemos pensar en el riesgo que tenemos que asumir.
- Es importante fijarse en los niveles de riesgo a los que se va a enfrentar, si bien es cierto que a mayor riesgo mayor será la rentabilidad, para esta teoría se debería conseguir varias carteras que ofrezcan mayor rentabilidad para un determinado nivel de riesgo y no colocar todo a un solo sector ya que no traería buenos beneficios en el momento de distribuir su inversión.
- En cuanto a la toma de decisiones el ratio Sharpe valora la relación riesgo rendimiento evaluando cada acción para escoger la mejor decisión al momento de invertir y que esta genere una rentabilidad.

BIBLIOGRAFÍA

Abreu, J. (12 de 2014). El Método de la Investigación. *Daena: International Journal of Good Conscience., 9*(3), 195-204. Obtenido de http://www.spentamexico.org/v9-n3/A17.9(3)195-204.pdf

Alarcón, H. (2015). *Markowitz para N activos en Colombia.* Bogotá: Alfa Omega.

Almenara, C. (Junio de 2017). *Economipedia*. Obtenido de http://economipedia.com/definiciones/modelo-valoracion-activos-financieros-capm.html

Babaresco, A. (10 de Septiembre de 2013). *Método analítico.* Obtenido de SlideShare: https://es.slideshare.net/dudyacks/mtodo-analtico-26064628

Bachiller, A. (2006). *Analisis de la formación de precios Teoria de carteras*. Obtenido de http://ciberconta.unizar.es/leccion/fin004/110.HTM

Banco Bilbao Vizcaya Argentina. (23 de Marzo de 2015). *BBVA*. Obtenido de https://www.bbva.com/es/que-es-el-valor-en-riesgo-var/

Betancourt, K., García, C., & Lozano, V. (2013). Teoría de Markowitz con metodología EWMA para la toma de decisión sobre cómo invertir su dinero. *Atlantic Review of Economics, 1*, 1-21. Obtenido de http://hdl.handle.net/10419/146571

Brun, X., & Moreno, M. (2012). *Analisis y Seleccion de Inversiones en Mercados Financieros.* Barcelona: Profit.

Cabedo, J., & Moya, I. (2003). El Valor en Riesgo de una Cartera. *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa, 9*(1), 229-250.

Court, E., & Tarradellas, J. (2010). *Mercado de Capitales.* México: Pearson Prentice Hall. Obtenido de https://es.calameo.com/read/002031058a64a442f7b06

Czerwincisi, F. (2014). *Repositorio Digital Universidad Pontificia Comillas Madrid.* Obtenido de https://repositorio.comillas.edu/jspui/bitstream/11531/400/4/TFG000189.pdf

Czerwinsici, F. (2014). *Valoración de activos, con enfoque sobreCAPM Y APT.* Obtenido de https://repositorio.comillas.edu/jspui/bitstream/11531/400/4/TFG000189.pdf

Fernández, V. (Octubre de 2005). El Modelo CAPM Para Distintos Horizontes de Tiempo. *Ingeniería de Sistemas, XIX*, 7-18.

Fernando, B., José, M., & Santibáñez, J. (2004). LECTURAS SOBRE GESTIÓN DE CARTERAS. En M. Larrinaga, *Aplicación práctica de la teoria de carteras* (págs. 152-168). Bilbao.

Finanzas y Métodos. (25 de Octubre de 2011). *SlideShare*. Obtenido de https://es.slideshare.net/FINANZASYMETODOS/modelo-de-sharpe?from_action=save

Franco, L., Avendaño, C., & Díaz, H. (Junio de 2011). Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión. *Tecno Lógicas*(26), 71-88. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-77992011000100005

Franco, L., Avendaño, C., & Díaz, H. (Junio de 2011). Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión. *Tecno Lógicas*(26), 71-88. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-77992011000100005

García, J. (2013). *Inversiones financieras.* Madrid: Pirámide.

Garcia, M., & Ibarra, L. (2012). *Diseño de la investigación.* Obtenido de Eumed.net : http://www.eumed.net/libros-gratis/2012a/1158/diseno_de_la_investigacion.html

Garriga, A. (Enero de 2015). *Recursos Enprojectmanagement*. Obtenido de https://www.recursosenprojectmanagement.com/metodo-de-montecarlo/

Garza Madera, R. (2009). *Teoria de Portafolio en el Mercado Mexicano de Capitales.* Mexico: Lulu.

Gomero, N. (2014). Portafolios de activos financieros utilizando el modelo de Sharpe y Treynor. *Revista de investigación UNMSM*, 135-146.

Granel, M. (2018). Introducciíon a la teoría de carteras. *Rankia*, 1-2.

Hevia, O. (7 de Agosto de 2012). *Escribd.* Obtenido de https://es.scribd.com/document/102216748/Modlin

Lara, A. (2005). *Medición y Control de Riesgos Financieros* (Tercera ed.). Mexico: LIMUSA,S.A.

Latorre, A. (Febrero de 2016). *Dipòsit Digital de la Universitat de Barcelona.* Obtenido de http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/96823/1/TFG-ADE-Latorre-AlejandroTomas-febrer16.pdf

López, C. (2011). *Yumpu.* Obtenido de https://www.yumpu.com/es/document/view/14127198/modelo-de-markowitz-marcelo-a-delfino/6

López, I. (2018). Valor en Riesgo VaR. *Expansión*, 1-2. Obtenido de http://www.expansion.com/diccionario-economico/valor-en-riesgo-var.html

Malagón, E. (2010). Diseño del Software para el cálculo del VaR. *Repositorio digital de la Facultad de Ingeniería - UNAM*, 45-48.

Mascareñas, J. (Febrero de 2008). *Universidad Complutense de Madrid.* Obtenido de http://textos.pucp.edu.pe/pdf/258.pdf

Mascareñas, J. (Diciembre de 2012). *Universidad Complutense de Madrid*. Obtenido de http://webs.ucm.es/info/jmas/mon/06.pdf

Medina, L. (2003). Aplicaciòn de la teoría del portafolio en el mercado accionario. *Cuadernos de Economía, 22*(39), 3-4. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-47722003000200007

Milla, A. (2011). *Creación de valor para el accionista.* Madrid: Díaz Santos,S.A.

Moreno, M. (18 de Mayo de 2012). *El Blog Salmón*. Obtenido de https://www.elblogsalmon.com/conceptos-de-economia/el-capm-un-modelo-de-valoracion-de-activos-financieros

Moya, L., & Rueda, M. (2011). Obtención de la matriz de varianzas y covarianzas a través de. *Universitas Scientiarum, 16*(3), 263-271. Obtenido de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=49922336007

Novales, A. (Enero de 2016). *Departamento de Economìa Cuantitativa.* Obtenido de https://www.ucm.es/data/cont/media/www/pag-41460/Valor%20en%20Riesgo.pdf

Peiro, A. (Diciembre de 2015). *Economipedia*. Obtenido de http://economipedia.com/definiciones/var-historico.html

Peña, V. (2014). *Studylib.* Obtenido de https://studylib.es/doc/5116432/capm-ejemplo

Pepe, M., & Périssé, M. (11 de Agosto de 2006). Una Aplicación del Método de Monte Carlo. *Tecnica Administrativa, 5*(28). Obtenido de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2127394

Pérez, A. (1 de Enero de 2010). *Enciclopedia Financiera.* Obtenido de Gestión carteras: https://www.enciclopediafinanciera.com/gestioncarteras/ratio-de-sharpe.htm

Población García, F. J., & Serna Calvo, G. (2015). *Finanzas cuantitativas básicas.* Madrid: Paraninfo S.A.

Significados. (14 de Octubre de 2018). *Metodología de la investigación*. Obtenido de Significados: https://www.significados.com/metodologia-de-la-investigacion/

Vergara, M., & Ochoa, C. (2009). Montecarlo estructurado.Estimación del valor en riesgoen un portafolio accionarioen Colombia. *D-MINISTER Universidad EAFIT* (15), 68-88. Obtenido de http://publicaciones.eafit.edu.co/index.php/administer/article/view/204

Zubeldia, A., Miera, L., & Zubia, M. (2002). *Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea.* Obtenido de https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/7000/CdG_212.pdf;jsessionid=26A600BAD524C6ED9C18586A38F72E8B?sequence=1

ANEXOS

Anexos de cada optimización de las carteras

Anexo 1

Tabla 8. Matriz varianza poblacional 5 empresas de la maximización de la rentabilidad

	AVA	*ES*	*NI*	*SER*	*UGI*
AVA	0,000181409	0,0001169	0,0001307	0,00012486	0,0001166
ES	0,000116856	0,0001698	0,0001283	0,000128188	0,0001129
NI	0,000130706	0,0001283	0,0002134	0,000142677	0,0001292
SER	0,00012486	0,0001282	0,0001427	0,000205544	0,0001243
UGI	0,00011659	0,0001129	0,0001292	0,000124274	0,0001955

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

Anexo 2

Tabla 9. Matriz varianza muestral 5 empresas de la maximización de la rentabilidad

	AVA	*ES*	*NI*	*SER*	*UGI*
AVA	0,000181475	0,0001169	0,0001308	0,000124905	0,0001166
ES	0,000116899	0,0001699	0,0001283	0,000128235	0,0001129
NI	0,000130754	0,0001283	0,0002134	0,000142728	0,0001293
SER	0,000124905	0,0001282	0,0001427	0,000205618	0,0001243
UGI	0,000116632	0,0001129	0,0001293	0,000124319	0,0001956

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

Anexo 3

Tabla 10. Matriz varianza poblacional 10 empresas de la maximización de la rentabilidad

	ALE	***AVA***	***ES***	***NI***	***PEG***	***PNM***	***SER***	***UGI***	***UTL***	***VVC***
ALE	0,000182227	0,000127	0,000112	0,000122254	0,000133	0,000147	0,000113	0,00011284	6,25848E-05	0,000115845
AVA	0,000127043	0,000181	0,000117	0,000130706	0,000141	0,00016	0,000125	0,00011659	5,94255E-05	0,000118953
ES	0,00011159	0,000117	0,00017	0,000128278	0,000144	0,000146	0,000128	0,00011286	5,44581E-05	0,000117038
NI	0,000122254	0,000131	0,000128	0,000213372	0,000153	0,000167	0,000143	0,00012923	6,01009E-05	0,000127811
PEG	0,000133184	0,000141	0,000144	0,000152977	0,000257	0,000168	0,000158	0,00012572	5,36409E-05	0,000136223
PNM	0,000147235	0,00016	0,000146	0,000167187	0,000168	0,000427	0,000162	0,00013743	7,54931E-05	0,000149782
SER	0,000113237	0,000125	0,000128	0,000142677	0,000158	0,000162	0,000206	0,00012427	5,59818E-05	0,000123994
UGI	0,000112845	0,000117	0,000113	0,000129229	0,000126	0,000137	0,000124	0,00019553	5,77026E-05	0,000122517
UTL	6,25848E-05	5,94E-05	5,45E-05	6,01009E-05	5,36E-05	7,55E-05	5,6E-05	5,7703E-05	0,000163929	5,64084E-05
VVC	0,000115845	0,000119	0,000117	0,000127811	0,000136	0,00015	0,000124	0,00012252	5,64084E-05	0,000164321

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

Anexo 4

Tabla 11. Matriz varianza muestral 10 empresas de la maximización de la rentabilidad

	ALE	*AVA*	*ES*	*NI*	*PEG*	*PNM*	*SER*	*UGI*	*UTL*	*VVC*
ALE	0,000182293	0,000127	0,000112	0,000122298	0,000133	0,000147	0,000113	0,00011289	6,26074E-05	0,000115886
AVA	0,000127089	0,000181	0,000117	0,000130754	0,000141	0,00016	0,000125	0,00011663	5,9447E-05	0,000118996
ES	0,000111631	0,000117	0,00017	0,000128324	0,000144	0,000146	0,000128	0,0001129	5,44778E-05	0,000117081
NI	0,000122298	0,000131	0,000128	0,00021345	0,000153	0,000167	0,000143	0,00012928	6,01227E-05	0,000127857
PEG	0,000133232	0,000141	0,000144	0,000153032	0,000257	0,000169	0,000158	0,00012576	5,36603E-05	0,000136272
PNM	0,000147288	0,00016	0,000146	0,000167247	0,000169	0,000427	0,000162	0,00013748	7,55203E-05	0,000149836
SER	0,000113278	0,000125	0,000128	0,000142728	0,000158	0,000162	0,000206	0,00012432	5,6002E-05	0,000124039
UGI	0,000112886	0,000117	0,000113	0,000129275	0,000126	0,000137	0,000124	0,0001956	5,77235E-05	0,000122561
UTL	6,26074E-05	5,94E-05	5,45E-05	6,01227E-05	5,37E-05	7,55E-05	5,6E-05	5,7723E-05	0,000163988	5,64288E-05
VVC	0,000115886	0,000119	0,000117	0,000127857	0,000136	0,00015	0,000124	0,00012256	5,64288E-05	0,000164381

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

Anexo 5

Tabla 12. Matriz varianza poblacional 15 empresas de la maximización de la rentabilidad

	ALE	AVA	ES	EXC	FCEL	NI	NRG	OTTR	PEG	PNM	SER	TAC	UGI	UTL	VVC
ALE	0,000182227	0,000127	0,000112	0,000127127	0,000193	0,000122	0,00014	0,00014398	0,000133	0,000147	0,000113	8,63E-05	0,000113	6,25848E-05	0,000116
AVA	0,000127043	0,000181	0,000117	0,000129023	0,000195	0,000131	0,00015	0,00014421	0,000141	0,00016	0,000125	9,43E-05	0,000117	5,94255E-05	0,000119
ES	0,00011159	0,000117	0,00017	0,000134832	0,000162	0,000128	0,000158	0,00012112	0,000144	0,000146	0,000128	9,6E-05	0,000113	5,44581E-05	0,000117
EXC	0,000127127	0,000129	0,000135	0,000271893	0,000224	0,000148	0,000227	0,0001394	0,000195	0,000168	0,00015	0,000121	0,000119	5,55231E-05	0,000129
FCEL	0,000193086	0,000195	0,000162	0,000224279	0,002129	0,00021	0,000333	0,00029139	0,000199	0,000299	0,000196	0,000254	0,000189	8,54364E-05	0,000179
NI	0,000122254	0,000131	0,000128	0,000148179	0,00021	0,000213	0,000174	0,00014178	0,000153	0,000167	0,000143	0,000114	0,000129	6,01009E-05	0,000128
NRG	0,000139546	0,00015	0,000158	0,000227159	0,000333	0,000174	0,000584	0,00015361	0,000207	0,000202	0,000178	0,000189	0,00015	7,60666E-05	0,000151
OTTR	0,000143983	0,000144	0,000121	0,000139405	0,000291	0,000142	0,000154	0,00035212	0,000143	0,00018	0,000133	0,000106	0,000123	7,85392E-05	0,000129
PEG	0,000133184	0,000141	0,000144	0,000195019	0,000199	0,000153	0,000207	0,00014271	0,000257	0,000168	0,000158	0,000118	0,000126	5,36409E-05	0,000136
PNM	0,000147235	0,00016	0,000146	0,000167581	0,000299	0,000167	0,000202	0,00017964	0,000168	0,000427	0,000162	0,000123	0,000137	7,54931E-05	0,00015
SER	0,000113237	0,000125	0,000128	0,000150408	0,000196	0,000143	0,000178	0,00013346	0,000158	0,000162	0,000206	0,000109	0,000124	5,59818E-05	0,000124
TAC	8,6332E-05	9,43E-05	9,6E-05	0,000121433	0,000254	0,000114	0,000189	0,00010572	0,000118	0,000123	0,000109	0,000338	0,000103	4,14164E-05	9,58E-05
UGI	0,000112845	0,000117	0,000113	0,000118648	0,000189	0,000129	0,00015	0,00012291	0,000126	0,000137	0,000124	0,000103	0,000196	5,77026E-05	0,000123
UTL	6,25848E-05	5,94E-05	5,45E-05	5,55231E-05	8,54E-05	6,01E-05	7,61E-05	7,8539E-05	5,36E-05	7,55E-05	5,6E-05	4,14E-05	5,77E-05	0,000163929	5,64E-05
VVC	0,000115845	0,000119	0,000117	0,000129289	0,000179	0,000128	0,000151	0,00012924	0,000136	0,00015	0,000124	9,58E-05	0,000123	5,64084E-05	0,000164

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

Anexo 6

Tabla 13. Matriz varianza muestral 15 empresas de la maximización de la rentabilidad

	ALE	AVA	ES	EXC	FCEL	NI	NRG	OTTR	PEG	PNM	SER	TAC	UGI	UTL	VVC
ALE	0,000182293	0,000127	0,000112	0,000127173	0,000193	0,000122	0,00014	0,00014403	0,000133	0,000147	0,000113	8,64E-05	0,000113	6,26074E-05	0,000116
AVA	0,000127089	0,000181	0,000117	0,000129069	0,000195	0,000131	0,00015	0,00014426	0,000141	0,00016	0,000125	9,44E-05	0,000117	5,9447E-05	0,000119
ES	0,000111631	0,000117	0,00017	0,000134881	0,000163	0,000128	0,000158	0,00012116	0,000144	0,000146	0,000128	9,61E-05	0,000113	5,44778E-05	0,000117
EXC	0,000127173	0,000129	0,000135	0,000271991	0,000224	0,000148	0,000227	0,00013946	0,000195	0,000168	0,00015	0,000121	0,000119	5,55432E-05	0,000129
FCEL	0,000193156	0,000195	0,000163	0,00022436	0,00213	0,00021	0,000333	0,0002915	0,000199	0,000299	0,000196	0,000254	0,000189	8,54673E-05	0,000179
NI	0,000122298	0,000131	0,000128	0,000148233	0,00021	0,000213	0,000174	0,00014183	0,000153	0,000167	0,000143	0,000114	0,000129	6,01227E-05	0,000128
NRG	0,000139597	0,00015	0,000158	0,000227241	0,000333	0,000174	0,000584	0,00015367	0,000207	0,000202	0,000178	0,000189	0,00015	7,60941E-05	0,000151
OTTR	0,000144035	0,000144	0,000121	0,000139455	0,000292	0,000142	0,000154	0,00035225	0,000143	0,00018	0,000134	0,000106	0,000123	7,85675E-05	0,000129
PEG	0,000133232	0,000141	0,000144	0,000195089	0,000199	0,000153	0,000207	0,00014276	0,000257	0,000169	0,000158	0,000118	0,000126	5,36603E-05	0,000136
PNM	0,000147288	0,00016	0,000146	0,000167641	0,000299	0,000167	0,000202	0,0001797	0,000169	0,000427	0,000162	0,000123	0,000137	7,55203E-05	0,00015
SER	0,000113278	0,000125	0,000128	0,000150462	0,000196	0,000143	0,000178	0,0001335	0,000158	0,000162	0,000206	0,000109	0,000124	5,6002E-05	0,000124
TAC	8,63632E-05	9,44E-05	9,61E-05	0,000121476	0,000254	0,000114	0,000189	0,00010576	0,000118	0,000123	0,000109	0,000338	0,000103	4,14314E-05	9,59E-05
UGI	0,000112886	0,000117	0,000113	0,000118691	0,000189	0,000129	0,00015	0,00012295	0,000126	0,000137	0,000124	0,000103	0,000196	5,77235E-05	0,000123
UTL	6,26074E-05	5,94E-05	5,45E-05	5,55432E-05	8,55E-05	6,01E-05	7,61E-05	7,8568E-05	5,37E-05	7,55E-05	5,6E-05	4,14E-05	5,77E-05	0,000163988	5,64E-05
VVC	0,000115886	0,000119	0,000117	0,000129336	0,000179	0,000128	0,000151	0,00012929	0,000136	0,00015	0,000124	9,59E-05	0,000123	5,64288E-05	0,000164

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

Anexos de los pesos de las cada una de las optimizaciones de las carteras

Anexo 7

Tabla 14. Pesos de la cartera de 5 empresas

5 empresas	Max rentabilidad	Min rentabilidad	Ratio Sharpe
AVA	0,00	0,26	0,00
ES	1,00	0,34	0,58
NI	0,00	0,06	0,07
SER	0,00	0,11	0,15
UGI	0,00	0,24	0,19

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

Anexo 8

Tabla 15. Pesos de la cartera de 10 empresas

10 empresas	Máxima Rentabilidad	Mínimo Riesgo	Maximización Ratio Sharpe
ALE	0,00	0,09	0,00
AVA	0,00	0,07	0,00
ES	1,00	0,16	0,54
NI	0,00	0,00	0,06
PEG	0,00	0,00	0,00
PNM	0,00	0,00	0,00
SER	0,00	0,04	0,14
UGI	0,00	0,09	0,17
UTL	0,00	0,40	0,10
VVC	0,00	0,14	0,00

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora.

Anexo 9

Tabla 16. Pesos de la cartera de 15 empresas

15 empresas	Máxima Rentabilidad	Mínimo Riesgo	Maximización Ratio Sharpe
ALE	0,00	0,09	0,00
AVA	0,00	0,06	0,00
ES	1,00	0,15	0,54
EXC	0,00	0,00	0,00
FCEL	0,00	0,00	0,00
NI	0,00	0,00	0,06
NRG	0,00	0,00	0,00
OTTR	0,00	0,00	0,00
PEG	0,00	0,00	0,00
PNM	0,00	0,00	0,00
SER	0,00	0,02	0,14
TAC	0,00	0,10	0,00
UGI	0,00	0,07	0,17
UTL	0,00	0,39	0,10
VVC	0,00	0,12	0,00

Fuente: La Autora.
Elaboración: La Autora